반갑습니다. 퓨에르 (박성현)입니다.

수능이 끝난 지 벌써 11일이 지났습니다.

예비 고3 분들은 '이제 내 차례네!' 하고 설레기도, 두렵기도 하실 겁니다.

앞으로 시작될 기말고사 이후에 '어떻게 공부해야하나' 하고

걱정도 되실 겁니다.

어디 프리패스가 좋다던데, 인강을 들어야 하나? 과외를 해야 하나?

하고 말이죠.

이 와중에 '수학 공부를 어떻게 해야 하는가' 에 대해서 정보를 드리기 위해

부족한 실력이나마 글을 써봅니다.

학생에 따라서 '현재 수학 상태', '다른 과목의 상황', '경제적 상황' 등등

정말로 다양한 환경 때문에 '무조건 몇 점 맞는 전략'

같은 글은 쓰기 조심스럽습니다.

그래서 우선 **교과서를 대하는 태도**에 관한 글을 써보려 합니다.

아무쪼록 편히 읽어주시길 바랍니다.

'제대로 공부해야한다.' '교과서를 반드시 공부해야한다.'

이런 말들을 지겹도록 많이 들었을 것입니다.

그러나 '교과서'를 어떻게 제대로 공부하는지 모르는 학생들이 많을 것 같습니다.

제가 제시하는 방법은

교과서의 목차와 단원별 목표는 반드시 2~3번은 읽자.
(직접 쓰면 더욱 더 좋다.)

그리고, **반드시 증명해보자**입니다.

교과서에는 각 단원별로 제시하는 '이번 단원에서 이루어야할 목표'를 제시합니다.

어떠한 것이 중요한지도 모르는 채, 공식만 외우는 것은 바람직하지 않습니다.

제가 이러한 얘기를 할 때, 자주 드는 예시가 있습니다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+3n+1}{3n^2+2n}=?$$

여러분들께서는 최고차항의 계수를 비교하여 $\frac{1}{3}$ 이라는 답을 쉽게 생각해내실 겁니다.

그런데 교과서에는 이렇게 서술되어 있습니다.

$\lim_{n\to\infty}a_n=\alpha$, $\lim_{n\to\infty}b_n=\beta$ 으로 수렴**할 때** (단, $\beta\neq0$)

$\lim_{n\to\infty}(a_n+b_n)=\lim_{n\to\infty}a_n+\lim_{n\to\infty}b_n=\alpha+\beta$

$\lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)=\lim_{n\to\infty}a_n-\lim_{n\to\infty}b_n=\alpha-\beta$

$\lim_{n\to\infty}(a_n\times b_n)=\lim_{n\to\infty}a_n\times\lim_{n\to\infty}b_n=\alpha\times\beta$

$\lim_{n\to\infty}(a_n\div b_n)=\lim_{n\to\infty}a_n\div\lim_{n\to\infty}b_n$ (단, $\beta\neq0$)$=\alpha\div\beta$

위의 예시를 보면 $a_n=n^2+3n+1$, $b_n=3n^2+2n$ 은 각각 수렴하지 않습니다.
그리고 우리의 교과서는 이렇게 서술합니다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{n^2+3n+1}{n^2}}{\dfrac{3n^2+2n}{n^2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\dfrac{3}{n}+\dfrac{1}{n^2}}{3+\dfrac{2}{n}}=\frac{1}{3}$$

왜 굳이 대충 가장 계수가 큰 놈들끼리만 비교하면 되지! 라고 설명하지 않고 n^2으로 나눠 주는 것일까요? 그것은 바로

$1+\frac{3}{n}+\frac{2}{n^2}=c_n$, $3+\frac{2}{n}=d_n$ 으로 취급하면, 이제 $\lim_{n\to\infty} c_n$과 $\lim_{n\to\infty} d_n$ 은 각각 수렴하기에 박스 안의 내용이 설명이 되기 때문입니다.

하나 더 얘기해볼까요? **함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하면, $f(x)$는 $x=a$에서 연속**이라는 것은 어떻게 증명할까요?

우선, $x=a$에서 미분가능하다는 것은 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$의 값이 존재한다는 것입니다.
대충, '$f(x)$는 $x=a$에서 접선을 그을 수 있다는 거잖아요!' 라고 얘기하시면 부족합니다.
정확하게, '평균 변화율'의 '극한값' 이 존재한다는 개념으로 받아들이셔야합니다.
어쨌든, 이 값이 존재한다는 것은 $\lim_{x\to a} f(x)-f(a)$의 값이 '0'이라는 것을 의미합니다.

그렇기 때문에, <u>$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$가 성립하여 '극한값과 함숫값이 같기에 연속'</u>
(교과서를 보세요! 꼭!)

직관적으로 '아 그렇겠지' 하지 마시고, 한 번은 꼭 '논리'적으로 이해하셔야합니다.

조금 과장하여, 이렇게 증명을 써가며 키워가는 습관을 통해

<u>**바로 '고난도 문항'을 풀기 위한 논리력**을 키울 수 있다고 생각합니다.</u>

<u>그리고 무엇보다도, 위에서 **'~할 때'**를 강조한 이유가 있습니다.</u>

<u>**실제 문제를 다룰때는**</u>
<u>**① '하지 않을 때'를 함정으로 내거나**</u>
<u>**② '그 조건을 만족함을 보이고 (확인하고)'**</u>
문제를 풀어야 합니다. 그렇지 않으면 위험한 상황이 발생할 수 있습니다.

이번 2017학년도 수능을 봤던 가르친 학생들 중 대부분은

'평균 변화율' 에 관한 내용은 제대로 모르고 있었습니다.

대충 점과 점을 잇고, '어? 같은 기울기가 어딘가 있는 것 같아!' 정도로 그치더군요.

부랴부랴 사태의 심각성을 깨닫고 몇 번이고 수업을 했습니다.

평균 변화율 뿐 아니라, 접선의 방정식 등등..

물론 시험장에서는 온전히 교과서의 논리가 아니라, 위의 예시에서

'최고차항의 계수' 만을 보고 바로바로 답을 내는 것들이 필요하지요.

하지만 실전이 아니라, 우리가 연습할 때는

반드시 '교과서의 논리' 로 풀어가는 것을 연습해야합니다.

그렇지 않으면, '안정적인 점수'를 받기는 어려울 것이라 생각합니다.

수능 만점자들의 '교과서로 공부했어요.' 라는 말은

교과서로'만' 공부했다는 뜻은 아닐 것이라고 생각합니다.

하지만 그 정도로 교과서적으로 공부하셔야 한다고 생각합니다.

기회가 되면 등급별로 '이렇게 공부했으면 좋겠다.'를 써보려 합니다.

특별히 원하시는 주제가 있으시면 댓글 달아주시면

관련 내용으로 써보겠습니다.

감사합니다.