

수학 영역

5지선다형

1. $16^{\frac{1}{3}}9^{\frac{1}{6}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt[3]{6}$ ② $2\sqrt[3]{6}$ ③ $3\sqrt[3]{6}$ ④ $4\sqrt[3]{6}$ ⑤ $5\sqrt[3]{6}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+2x}-x}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{10} \{a_n - n\} = 5$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은 [3점]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

4. 이차 함수 $f(x)$ 에 대해 $x=1$ 에서 미분 가능한 함수 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 $x=1+h$ 까지 증가할 때, 평균 변화율이 $f(-1-h)+2$ 이다. $f'(0)=0$ 일 때, $g'(1)-f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대해 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (ax+b)f(x)$$

라 하자. $f(0) = f'(0) = 1$ 이고, $g'(0) = 2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

6. $0 \leq 3\theta \leq \frac{\pi}{2}$ 일 때, θ 는 제 n 사분면에 위치한다.

가능한 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. $y = |\log_a x|$ 의 그래프와 $y = \log_a t$ 의 서로 다른 두 교점의 x 좌표를

α, β 라고 하자. $\beta - \alpha = \frac{3}{2}$ 일 때, 가능한 양수 t 의

값의 합은?

[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

8. 두 그래프 $y = x^3 - 4x^2 + 5x$, $y = ax$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. $\frac{2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{f(n)}$ 일 때,

$\sum_{n=1}^8 \frac{2f(8)}{n(n+1)(n+2)}$ 의 값은? [4점]

- ① 41 ② 42 ③ 43 ④ 44 ⑤ 45

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 는 원점에서 x 축과 접하고, $|f(x)|$ 가 미분 불가능한 x 의 값을 a 라 할 때, $(a, f(a))$ 는 $x^2 + y^2 = 9$ 위의 점이다. 이때, $\left| \int_0^a f(x) dx \right|$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

11. 삼각형 ABC와 자연수 n 에 대해

$$\overline{AB} = 5n, \overline{BC} = 4n, \overline{CA} = 3n$$

이고, 점 O 를 중심으로 하는 삼각형 ABC의 외접원 위의 점 D 는 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) \overline{OD} 와 삼각형 ABC는 점 O 를 제외한 점에서 만나지 않는다.

(나) 삼각형 ABD의 넓이는 자연수이다.

이러한 점 D 의 개수를 d_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^3 d_k$ 의 값은? [4점]

- ① 171 ② 172 ③ 173 ④ 174 ⑤ 175

12. 실수 a 와 양수 b, p 에 대해

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & (|x| < p) \\ b|x| & (|x| \geq p) \end{cases}$$

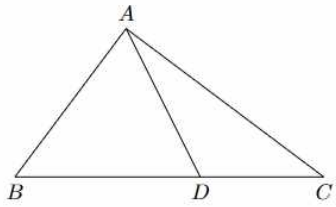
가 모든 실수 x 에서 미분가능하다. 이때, $a+b+p$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=5$ 인 삼각형 ABC에 대해 점 D는 선분 BC 위에 위치한 점이다. 삼각형 ABD의 외접원과 삼각형 ACD의 외접원의 두 교점 사이의 거리를 x라고 할 때,

$$f(x) = \frac{\overline{BD}}{\sin \angle BAD} + \frac{\overline{CD}}{\sin \angle CAD}$$

가 최소가 되게 하는 x의 값은? [4점]



- ① 2 ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{13}{5}$ ⑤ $\frac{14}{5}$

14. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 에 대해

$g(x) = 1 + \int_2^x f(t)dt$ 가 $x=2$ 에서 극소이다. $x=2$ 에서의 $g(x)$ 의 접선이 $y=g(x)$ 와 y축 위에서 만난다. 이때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 8 ③ 12
 ④ 16 ⑤ 20

15. 자연수로만 이루어진 수열 a_n 은 모든 자연수 n 에 대해 다음을 만족시킨다.

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1 & (a_n \text{은 홀수}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{은 짝수}) \end{cases}$$

$a_8 = 1$ 이 되게 하는 자연수 a_1 의 값은? [4점]

- ① 160 ② 170 ③ 180 ④ 190 ⑤ 200

단답형

16. 부등식 $2^{x+3} \leq (\frac{1}{4})^{-x}$ 을 만족하는 정수 x 의 최솟값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + 10x^9$ 이고, $f(0) = 1$ 이다. 이때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 2ax^2 + 3ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 극대이고, 극솟값이 6일 때, ab 의 값은? [3점]

20. $x \geq 0$ 에서 $f(x) = k + \int_0^x (t^2 - 6t)dt$ 가 항상 0 이상이 되게 하는 자연수 k 의 최솟값은? [4점]

19. 자연수 a, b, c 에 대해 $f(x) = a \sin(2bx)$ 와 $g(x) = |\cos(cx)|$ 의 주기가 같고, $a \sin^2 x = b \cos^2 x$ 를 만족하는 가장 작은 양수가 $\frac{\pi}{3}$ 이다. 이 때, b^{a+c} 의 최솟값은? [3점]

21. $a_n = \frac{(\sum_{k=1}^n k)(\sum_{k=1}^n k^2)}{\sum_{k=1}^n (k \times k^2)}$ 이라고 하자. a_n 의 항들 중 자연수인 것을

작은 것부터 순서대로 b_1, b_2, b_3, \dots 라 할 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값은?

[4점]

22. x 축과 두 개 이상의 점에서 만나며 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대해 모든 실수에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족한다.

- (가) 모든 실수 x 에서 $g(x) \geq 0$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에서 $\{g(x) - f(x)\}\{g(x) - f'(x)\} = 0$ 이다.
 (다) $y = g(x)$ 는 서로 다른 세 점에서 미분 불가능하다.

실수 t 에 대해 $g(x) = t$ 의 실근의 개수가 4가 되게 하는 t 의 범위가 $f(\alpha) < t < 32$ 이고, $f(x)$ 가 $x = \beta$ 에서 극대라고 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값이 $\frac{\sqrt{p} - q}{2}$ 라 하자. 이때, $p + q$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$ 이며, p 와 q 는 자연수) [4점]

23번부터 25번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

23. $f(g(x)) = x$ 이고, $f(x)$, $g(x)$, $f'(x)$ 가 모두 역함수가 존재한다.

매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = f(t), y = g(t)$$

에서 $t=1$ 일 때, $\frac{dy}{dx} = \left\{ \frac{dt}{dx} \right\}^2$ 이다. $f(1)+g(1)$ 의 값은? [8점]

24. $r > 1$ 인 자연수 r 을 공비로 하는 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대해

$$b_n = \begin{cases} a_n & (n \leq p) \\ \frac{1}{a_n} & (n > p) \end{cases}, c_n = \frac{b_{n+1}}{b_n} \text{이다.}$$

집합 $\{c_m | c_m < 1, m \text{은 자연수}\}$ 의 원소가 $\frac{1}{2}, \frac{1}{128}$ 이다.

$\sum_{k=1}^{\infty} b_k = \frac{97}{8}$ 일 때, $a_6 + p$ 의 값은? (단, a_1 은 자연수) [9점]

25. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 모두 만족하는 함수 중 차수가 가장 낮은 것이라고 하자.

- (가) $g(x) = f(x)e^x$ 는 서로 다른 두 실근 α, β 를 가진다. ($\alpha < \beta$)
 (나) $|g(x)|$ 는 $x = \beta$ 에서만 미분 불가능하다.
 (다) $f(x)$ 의 극솟값을 L 이라고 할 때, $f(\alpha) - L = 4$ 이다.

$f(x)$ 의 극댓점을 A, 극솟점을 B라 할 때, $\frac{5}{4}(\overline{AB})^2 + \frac{4}{5}g'(\alpha)$ 의 값은? [9점]