

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

새로 시작될 우리들만의 이야기를

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- 공통과목 1~8쪽
- 선택과목
미적분 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마는 게 좋겠죠?

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\log_2 7 \times \log_7 8$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + f(2) = 6$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{3}{5}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

4. 함수 $f(x) = x^2 + kx$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4} = 4$ 일 때, k 의

값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_6 = 9a_2, \quad a_7 + a_3 = 40$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $4\sqrt{3}$ ③ 12 ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ 36

6. 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+b & (x < a) \\ x^2-a & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

7. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $16-n^2$ 의 n 제곱근의 개수를 $f(n)$

이라 할 때, $\sum_{n=2}^8 f(n)$ 의 값은? [3점]

- ① 14 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 6

8. $a_5 = 0$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + b_n = \frac{1}{n(n+1)}$$

일 때, $\sum_{n=1}^9 b_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

9. 원점 O를 출발해 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t (t \geq 0)$ 에서의 가속도가

$$a(t) = 6t^2 + 2$$

이다. $t = 2$ 에서 점 P의 속도와 위치가 같을 때, $t = 3$ 에서 점 P의 속도는? [4점]

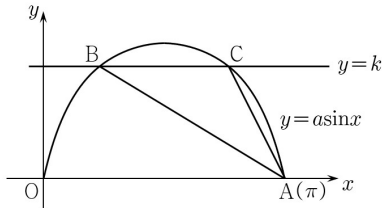
- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

10. 최고차항의 계수가 2이고 $f(0) = -4$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 최솟값은? [4점]

- (가) 함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 극댓값을 갖는다.
 (나) 함수 $y = |f(x)|$ 가 한 점에서만 미분이 불가능하다.

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

11. 점 $A(\pi, 0)$ 에 대하여 곡선 $y = a \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)와 직선 $y = k$ ($k > 0$)이 두 점에서 만날 때, 이 두 점의 좌표를 B, C라 하자. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ 일 때 $a \times k$ 의 값은? (단, B의 x 좌표는 C보다 작고, a 는 상수이다.) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{16}\pi^2$ ② $\frac{\sqrt{3}}{16}\pi^2$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{8}\pi^2$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{8}\pi^2$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi^2$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x+1) - 1 = x \left(x + \int_0^1 f(t) dt \right)$$

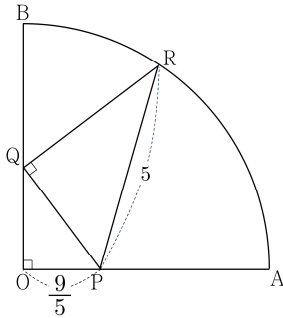
일 때, $\int_1^2 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{14}{9}$ ④ $\frac{16}{9}$ ⑤ 2

13. 그림과 같이 선분 OA를 반지름으로 하는 사분원 OAB의 두 반지름 OA, OB 위에 각각 있는 점 P, Q와 호 AB 위의 점 R에 대하여

$$\overline{PR}=5, \overline{OP}=\frac{9}{5}, \frac{\sin\angle QPR}{\sin\angle QRP}=\frac{4}{3}, \angle PQR=\frac{\pi}{2}$$

일 때 사분원 OAB의 반지름의 길이는? [4점]



- ① $\frac{8\sqrt{13}}{5}$ ② $\frac{9\sqrt{13}}{5}$ ③ $2\sqrt{13}$
- ④ $\frac{11\sqrt{13}}{5}$ ⑤ $\frac{12\sqrt{13}}{5}$

14. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} 0 & (x \leq 1) \\ x & (x > 1) \end{cases}, \quad g(x)=\begin{cases} 0 & (x < 1) \\ x & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$F(x)=\int_0^{f(x)} t^2 dt, \quad G(x)=\int_0^{g(x)} t^2 dt$$

가 있다. 두 함수 $F(x)$, $G(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 두 함수 $F(x)$, $G(x)$ 는 모두 불연속인 점이 존재한다.
- ㄴ. $t \neq 1$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $F(t) = G(t)$ 이다.
- ㄷ. $\lim_{x \rightarrow t} \{F(x) - G(x)\}$ 는 모든 실수 t 에 대하여 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 1, a_2 + a_3 + a_5 < 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$(|a_n| - 2^{n-1})(a_n - n - 1) = 0$$

이다.

(다) $\left| \sum_{n=1}^5 a_n \right|$ 은 5의 배수다.

$a_2 \times a_3 \times a_4$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때 $M - m$ 의 값은? [4점]

- ① 128 ② 136 ③ 144 ④ 152 ⑤ 160

단답형

16. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 5$ 이고 $f(-1) = 0$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 방정식 $\log_4(x+2) = \log_2 x$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

18. 공차가 양수고 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^9 |a_n| = 80, a_4 + a_7 = 4$$

를 만족시킬 때, a_8 의 값을 구하시오. [3점]

19. 정수 k 에 대하여 방정식 $2x^3 - 18x^2 + 48x + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3일 때, 가능한 k 의 값의 개수를 구하시오. [3점]

20. 양의 상수 a 에 대하여 함수 $f(x) = a(x-2)(x-4)$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 2a(x-2)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_1 , 두 직선 $y = 2a(x-2)$ 와 $y = 8a$ 및 x 축과 y 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2 라 하자.

$$S_2 = S_1 + 8$$

일 때, $a \times \int_0^8 f(x) dx$ 를 구하시오. [4점]

21. 실수 k 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 4x + 2| & (x < 4) \\ \log_2(x - k) & (x \geq 4) \end{cases}$$

가 있다. x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 실수 α 에 대하여

$$7 \leq \lim_{t \rightarrow \alpha^-} g(t) + g(\alpha) + \lim_{t \rightarrow \alpha^+} g(t) \leq 8$$

이고, $\alpha + k$ 의 값이 자연수일 때, $\alpha + k$ 로 가능한 모든 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 자연수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(f(x)) = |f(x)|$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이고, 자연수 근의 개수는 1이다.
 (나) 방정식 $f(f(x)) = |f(x)|$ 의 서로 다른 세 실근이 등차수열을 이룬다.

$f(0) = 0$ 이고 $f'(0) \neq 0$ 일 때, $f(3)$ 으로 가능한 모든 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오. 확통, 기하 선택자분들 미송합니다.

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. 곡선 $e^{x-y} = 2x + y - 2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서 그은 접선의 기울기는? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sin \frac{\pi k}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{\pi}$ ③ $\frac{2}{\pi}$ ④ $\frac{3}{\pi}$ ⑤ $\frac{4}{\pi}$

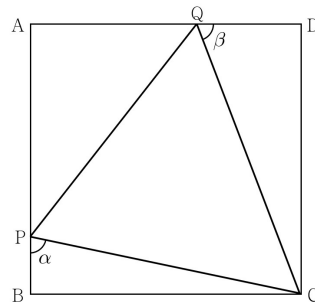
25. 닫힌구간 $[1, 2]$ 에서 곡선 $y = \int_1^x \sqrt{t^5-1} dt$ 의 길이는? [3점]

- ① $\frac{2}{7}(4\sqrt{2}-1)$ ② $\frac{2}{7}(8\sqrt{2}-1)$ ③ $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$
- ④ $\frac{2}{5}(8\sqrt{2}-1)$ ⑤ $\frac{2}{3}(8\sqrt{2}-1)$

26. 정사각형 ABCD의 선분 AB 위의 점 P와 선분 AD 위의 점 Q에 대하여 $\angle BPC = \alpha$, $\angle CQD = \beta$ 라 하자.

$$\sin\alpha \times \sin\beta = \frac{15}{16}, \overline{PQ} = 1$$

이로 삼각형 CPQ의 외접원의 반지름의 길이가 $\frac{4}{7}$ 일 때, $\cos\alpha \times \cos\beta$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

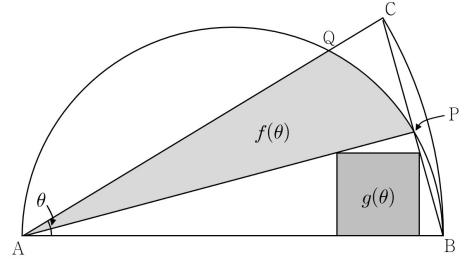
27. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 $0 \leq x \leq \ln 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$f(e^x) + f(e^x + 1) = x^2 + k$$

를 만족시킨다. $\int_1^3 f(x)dx = 2(\ln 2)^2$ 일 때, k 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① $4\ln 2 - 1$ ② $4\ln 2 - 2$ ③ $5\ln 2 - 1$
- ④ $5\ln 2 - 2$ ⑤ $5\ln 2 - 3$

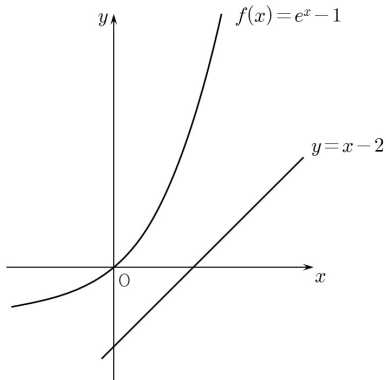
28. 그림과 같이 반지름이 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 O와 선분 AB를 반지름으로 하는 중심각이 θ 인 부채꼴 ABC가 있다. 선분 BC와 호 AB의 교점 중 B가 아닌 점을 P, 선분 AC와 호 AB의 교점 중 A가 아닌 점을 Q라 할 때, APQ의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하고 선분 AB와 한 변이 평행하고 네 꼭짓점이 모두 삼각형 APB의 둘레 위에 있는 정사각형의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

단답형

29. 함수 $f(x) = e^x - 1$ 와 양의 실수 t 에 대하여 $y = x - 2$ 위의 점 $(t, t - 2)$ 에서 점 $P(x, f(x))$ 사이의 거리가 최소가 되도록 하는 점 P 의 x 좌표를 k 라 하자. $f'(k) = g(t)$ 일 때, $60 \times g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 이차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = \sin\pi(1 + e^x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $|g(f(x))| = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.
 (나) $x < 0$ 에서 방정식 $f(g(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이고, 이 세 근의 합은 $\ln \frac{5}{72}$ 이다.

- $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \ln \frac{p}{q}$ 일 때 $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되지 않습니다. 기하 선택자분들 미송합니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마는 게 좋겠죠?