

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $3^{\frac{1}{2}} \times 9^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^2 의 모든 성분의 합은?

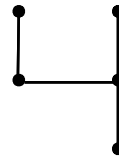
[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2

수학 영역(A형)

5. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 지수부등식 $2^x + 99 \cdot 2^{-x} < 100$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

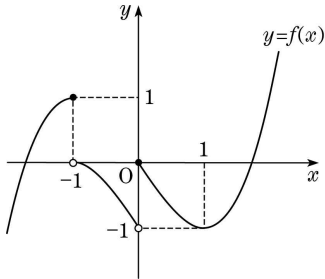
6. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\frac{2n}{n+2} < a_n < \frac{2n}{n+1}, \quad \frac{3n^2}{n^2+3} < b_n - a_n < \frac{3n^2}{n^2+2}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

9. 두 사건 A 와 B 에 대하여

$$P(A) = P(A|B) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

10. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	a	a	$\frac{1}{5}$	1

$E(2X+2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4

수학 영역(A형)

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{n+1}{2} a_n$ 을 만족시킬 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

12. 한국에서 만들어지는 모든 와퍼의 중량은 평균이 $756g$,

표준편차가 $3g$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 임의로 추출한

1개의 와퍼의 중량이 $750g$

이상일 확률을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한

것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.8185 ② 0.8413 ③ 0.9332
 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

[13~14] 자연수 n 에 대하여 $f(t) = \int_{-t}^t \left(\frac{1}{2n} x^{2n+1} + \frac{1}{2n-1} x^{2n} \right) dx$ 이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. $n=1$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

14. 수열 $\{a_n\}$ 의 초항이 1이고 계차수열이 $f(1)$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6

수학 영역(A형)

15. 어느 회사의 요거트 제품 A의 유산균의 수와 당도의 상관관계를 분석해 보았다. A제품의 가공 직후의 유산균의 수를 Y_0 , t 시간 후의 유산균의 수를 Y_t , 당도를 D 라 할 때, 다음 관계식이 성립한다.

$$D = k + \log_3 \left(\frac{Y_t}{Y_0} - t \right) \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

A제품의 가공 직후의 유산균이 10만 개, 1시간 후의 유산균이 40만 개, 2시간 후의 유산균이 110만 개 일 때, 1시간 후의 당도는 2시간 후의 당도의 $\frac{1}{3}$ 배이다. 3시간 후의 유산균이 300만 개일 때, 3시간 후의 당도는? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(-x)}{4 - x^2} = c$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? (단, c 는 상수이다.) [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB^2 - A^3 + 3E = O, \quad B^2 = A^2 + 3(A+B)$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.
- ㄴ. $AB = BA$
- ㄷ. $2A + E$ 의 역행렬이 존재하면 $A = -E$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 0$ 이고

$$a_{n+1} = n(2n^2 + 9n + 13) + \sum_{k=1}^n \frac{(2k+1)a_k}{k^2} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여 $a_2 = 24$ 이고

$$a_n = 2(n-1)^3 + 9(n-1)^2 + 13(n-1) + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(2k+1)a_k}{k^2} \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서 2이상의 자연수 n 에 대하여 주어진 식에서 위의 식을 빼면

$$a_{n+1} = 6(n^2 + 2n + 1) + a_n \times \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \frac{a_n}{n^2}$ 이라 하면

$$b_2 = 6, \quad b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$b_n = b_2 + \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 2)$$

이고,

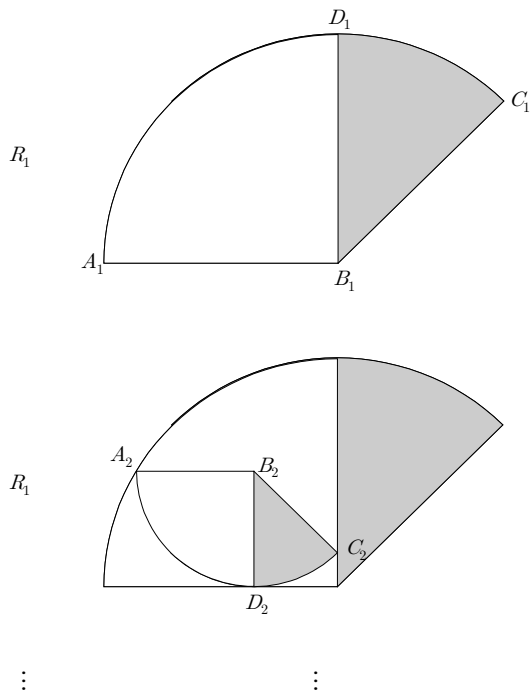
$$a_n = \begin{cases} 0 & (n=1) \\ n^2 \times (6 + \boxed{\text{(다)}}) & (n \geq 2) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), (나)$ 에 알맞은 수를 p 라 할 때, $p \times f(6) \times g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 35 ② 42 ③ 49 ④ 56 ⑤ 63

19. 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\frac{3}{4}\pi$ 인 부채꼴 $A_1B_1C_1$ 에 선분 A_1B_1 과 수직이고 길이가 2인 선분 B_1D_1 를 그린 후, 부채꼴 $D_1B_1C_1$ 를 색칠한 그림을 R_1 이라 하자.
부채꼴 $A_1B_1D_1$ 에 내접하고 중심각의 크기가 $\frac{3}{4}\pi$ 인 부채꼴 $A_2B_2C_2$ 을 그림과 같이 그린 후, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴 $D_2B_2C_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째로 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{(7-3\sqrt{2})\pi}{2}$ ② $\frac{(7-4\sqrt{2})\pi}{2}$ ③ $\frac{(7-5\sqrt{2})\pi}{2}$
 ④ $\frac{(8-3\sqrt{2})\pi}{2}$ ⑤ $\frac{(8-5\sqrt{2})\pi}{2}$

20. 양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 x 의 값의 곱을 k 라 할 때, $g(k)$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.) [4점]

- (가) $10^3 < x < 10^4$
 (나) $0 < f(\sqrt[n]{x}) < 3$
 (다) $g(x^n) = g(\sqrt[n]{x})$

- ① $\frac{5}{24}$ ② $\frac{7}{24}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{11}{24}$ ⑤ $\frac{13}{24}$

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(t) = \int_t^{t+1} f(x) dx \text{에 대하여, } g(0)+g(1) \text{의 최댓값은? [4점]}$$

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
- (나) $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) \leq 0$ 이다.
- (다) $f(2) = 0, g(-1) = g(0)$

- ① $-\frac{64}{21}$ ② $-\frac{64}{19}$ ③ $-\frac{64}{17}$ ④ $-\frac{64}{15}$ ⑤ $-\frac{64}{13}$

단답형

22. $\int_0^3 2x dx$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 24n + 23} - n)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 10$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (3a_n + 6b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시작

t 에서의 속도 $v(t)$ 는 $v(t) = at^3$ 이다. $t = \frac{1}{2}$ 에서의 점 P 의

가속도가 15일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^{2016} + (A^{-1})^{2016}$ 의 모든

성분의 합을 구하시오. [3점]

27. 소변기 8대가 나란히 일렬로 배치된 남자 공중 화장실에서
남자 3명이 서로 이웃하지 않으면서 동시에 소변을 보는
방법의 수를 구하시오. [4점]

28. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 18$ 와 함수 $g(x)$

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq a) \\ f'(a)(x-a) + f(a) & (x > a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 의 극값의 개수가 1개일 때,

$\frac{g(b) - g(a)}{b - a} = 0$ 을 만족시키는 실수 b 의 개수가 2개 이상이

되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

29. 닫힌 구간 $[0, a+b]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 4x & (0 \leq x < a) \\ 4a & (a \leq x < b) \\ -4(x-a-b) & (b \leq x \leq a+b) \end{cases}$$

일 때,

$$P(0 \leq X \leq a) + P(0 \leq X \leq b) = 2P\left(0 \leq X \leq \frac{5}{8}\right)$$

가 성립한다. $P(a \leq X \leq b) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 P 의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $10 \leq \log_2 f(n) \leq 20$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) 점 P 의 x 좌표와 y 좌표는 모두 자연수이다.
 (나) 점 P 는 영역 $\{(x, y) \mid n - \log_2 x \leq y \leq \log_2 x\}$ 에 속한다.
 (다) 점 $Q(0, n)$ 에 대하여 $2^{n-1} < \overline{PQ} \leq 2^n$ 을 만족시킨다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.