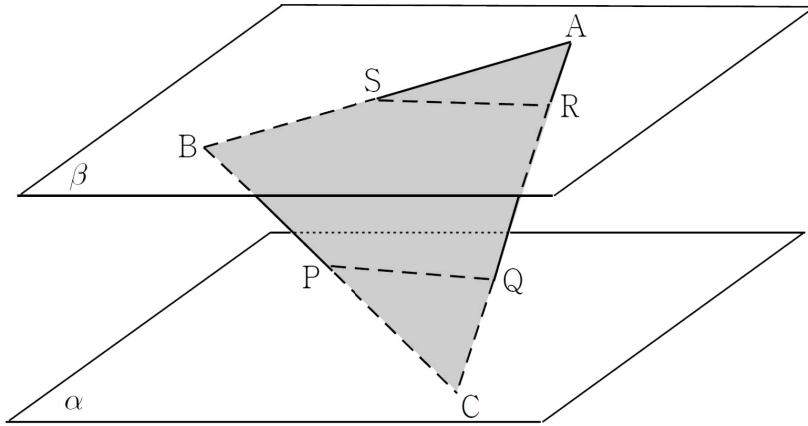


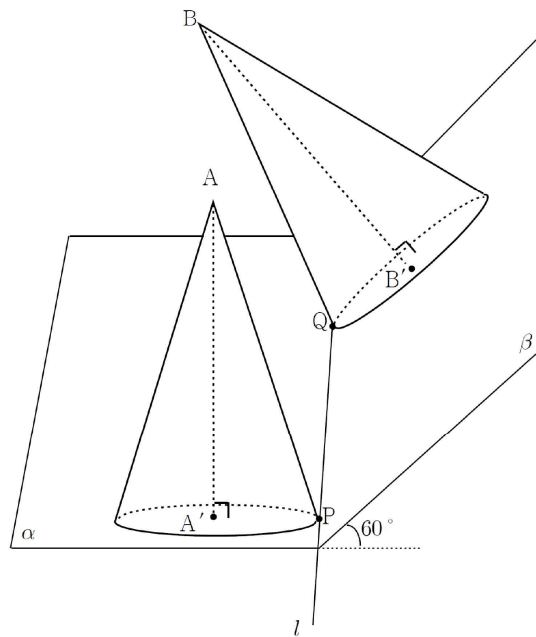
01. 그림과 같이 한 변의 길이가 12인 정삼각형 ABC가 있고, 서로 평행한 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 있다. 평면  $\alpha$ 가 두 변 BC, CA와 만나는 두 점을 각각 P, Q, 평면  $\beta$ 가 두 변 CA, AB와 만나는 두 점을 각각 R, S라 할 때,  $\overline{PC} = \overline{SA} = 6$ ,  $\overline{CQ} = 4$ 를 만족시킨다. 점 B와 평면  $\alpha$ 사이의 거리가 3일 때, 두 평면  $\alpha, \beta$  사이의 거리는  $d$ 이고, 사각형 PQRS의 평면  $\beta$ 위로의 정사영의 넓이는  $k$ 이다.  $\frac{k^2}{d^2}$ 의 값을 구하시오.



**02.** 모선과 밑면이  $60^\circ$ 의 각을 이루고, 밑면의 반지름의 길이가 서로 같은 직원뿔  $T_1, T_2$ 가 그림과 같이 서로  $60^\circ$ 의 각을 이루는 두 평면  $\alpha, \beta$ 위에 각각 놓여있다. 두 직원뿔  $T_1, T_2$ 의 밑면의 둘레가 두 점 P, Q에서 각각 두 평면의 교선  $l$ 과 접하고, 두 원뿔의  $T_1, T_2$ 의 꼭짓점을 각각 A, B라 하자. 밑면의 중심을 각각  $A', B'$ 라 할 때, 두 원뿔이 다음조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{AB} = \sqrt{7}$
- (나) 원뿔  $T_2$ 의 밑면의 둘레 위를 움직이는 점 R에 대하여  $\overline{A'R}$ 의 값이 최대가 될 때의  $\tan^2 \angle QB'R$  값은  $\frac{7}{9}$ 이다.

삼각형  $ABB'$ 의 평면  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $4S^2$ 의 값을 구하시오.



03.

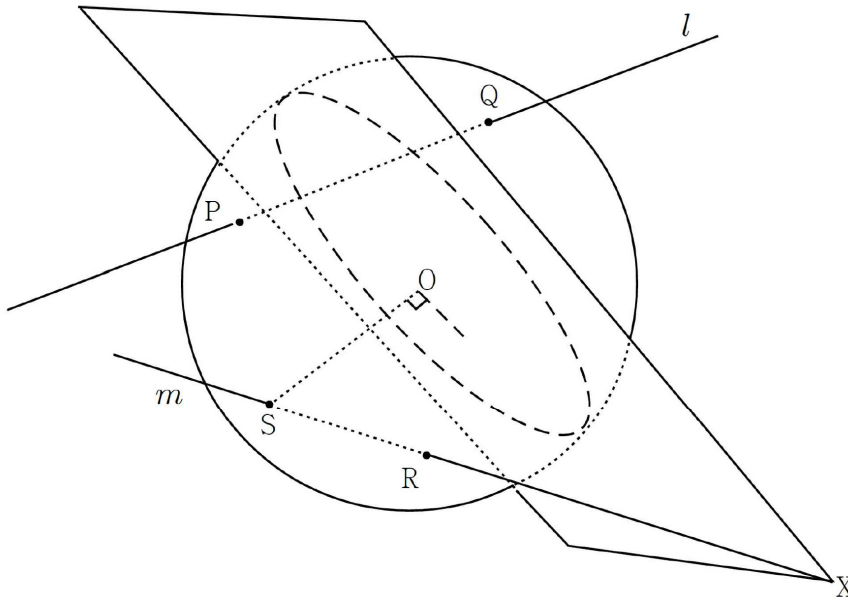
그림과 같이 중심이  $O$ 인 구  $C$ 가 있다. 직선  $l$ 과 구  $C$ 의 두 교점을 각각  $P, Q$ 라 하고, 직선  $m$ 과 구  $C$ 의 교점을 각각  $R, S$ 라 하자. 점  $O$ 를 지나고, 선분  $OS$ 와 수직인 평면과 직선  $m$ 과의 교점을  $X$ 라 할 때, 네 점  $P, Q, R, S$ 가 다음조건을 만족시킨다.

$$(가) |\vec{OP}| = |\vec{PS}| = 4$$

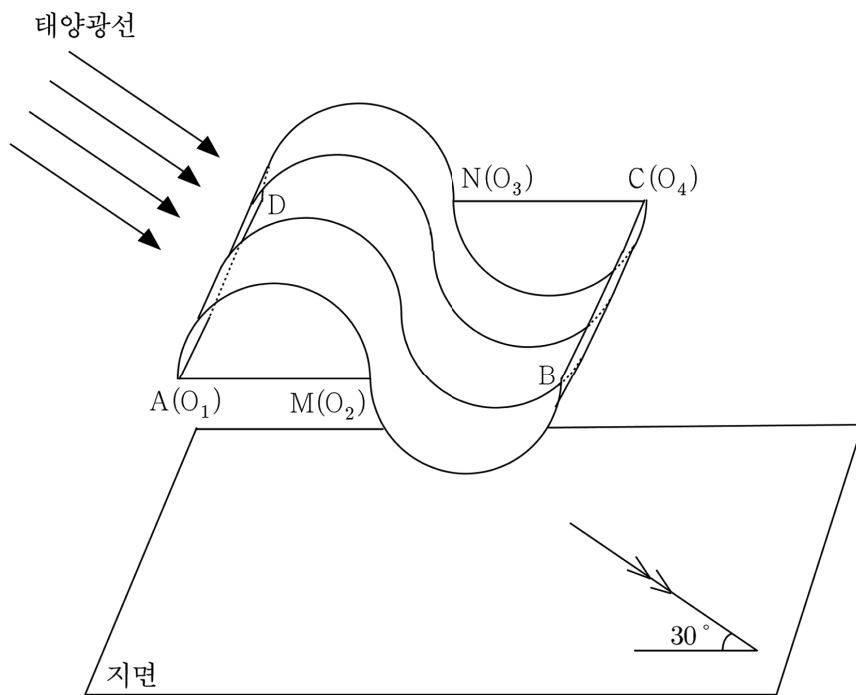
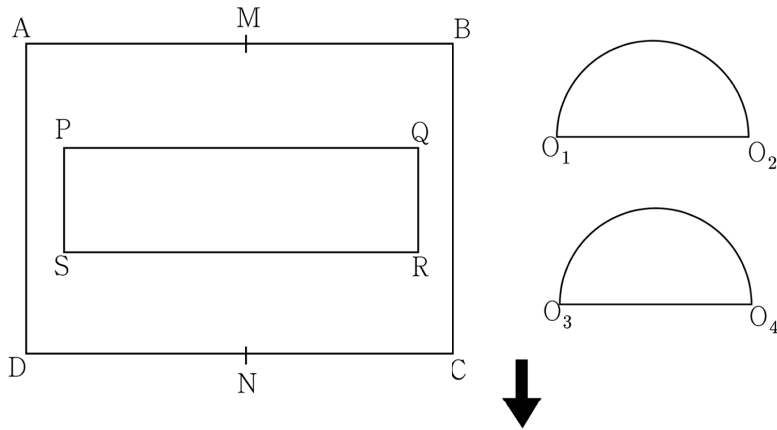
$$(나) \vec{OP} \cdot \vec{OR} = \vec{OP} \cdot \vec{QR} = 0$$

$$(다) \vec{OQ} \cdot \vec{OR} = \vec{OQ} \cdot \vec{OS} = -8\sqrt{3}$$

두 평면  $OXQ, PQS$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $10\cos\theta$ 의 값을 구하시오.

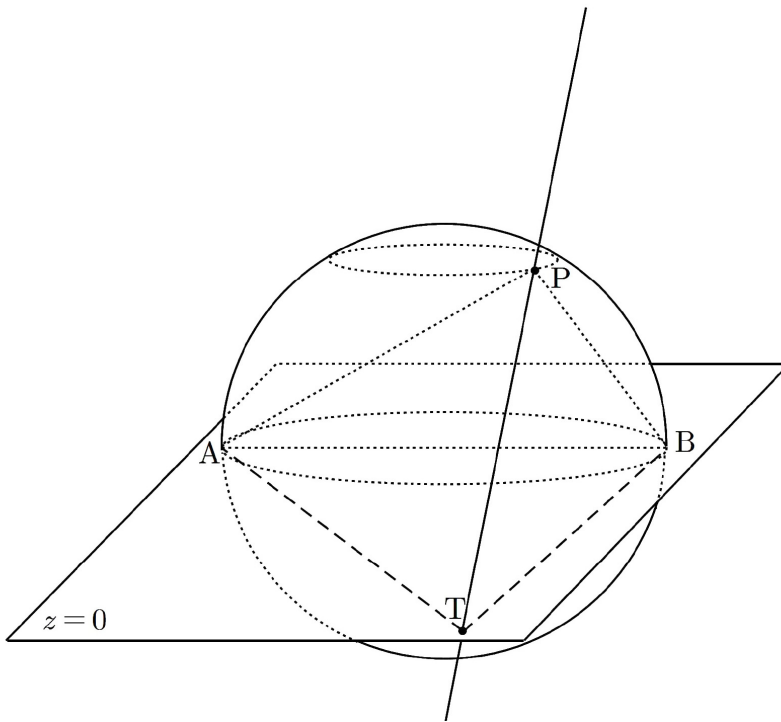


04.  $\overline{AB}=4\pi, \overline{AD}=9$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이와 길이가 4인 두 선분  $O_1O_2, O_3O_4$ 를 각각 지름으로 하는 반원 모양의 두 원판이 있다. 두 선분 AB, CD의 중점을 각각 M, N이라 할 때, 그림과 같이 두 선분 CA, QS의 중점이 서로 일치하고,  $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}, \overline{PQ} = \frac{10}{3}\pi, \overline{QR} = 3$ 을 만족시키는 직사각형 PQRS의 내부를 오려내어, 선분 AM은 호  $O_1O_2$ 와, 선분 CN은 호  $O_3O_4$ 와 일치하도록 종이를 휘어붙였다. 그림과 같이 평면 ABCD가 지면과 평행하고 태양광선이 직선 BC와 수직하면서 지면과  $30^\circ$ 의 각도를 이루며 비출 때, 지면에 생기는 종이의 그림자의 넓이는? (단, 두 원판은 투명하다.)



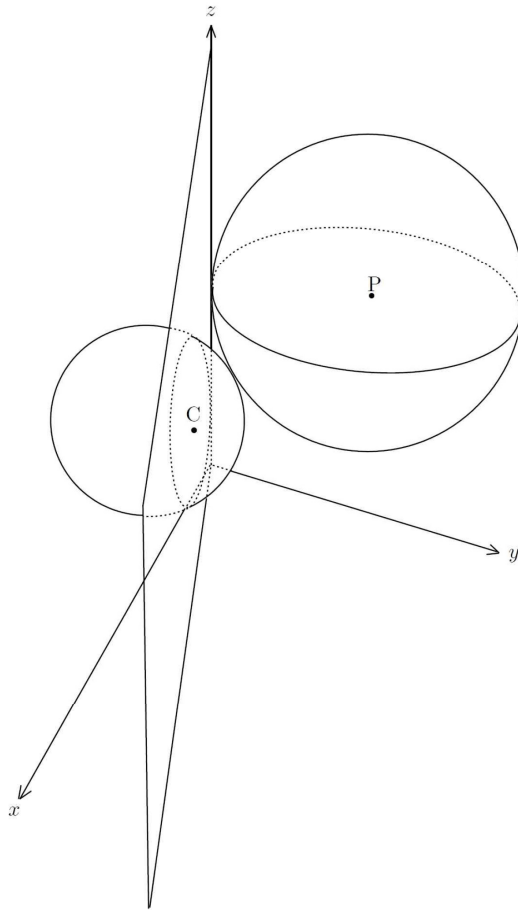
- ① 45      ② 55      ③ 60      ④ 65      ⑤ 70

05. 좌표공간에서 구  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 이 두 평면  $z=0, z=2\sqrt{3}$ 과 만나서 생기는 원을 각각  $C_1, C_2$ 라 하자. 원  $C_1$ 의 지름의 양끝 점 A, B와 원  $C_2$  위의 한 점 P를  $\overline{PB} = 2\sqrt{6}$ 이 되도록 잡고, 점 P를 지나고 평면 PAB와 수직인 직선이 평면  $z=0$ 과 만나는 점을 T라 하자. 삼각형 ABT의 넓이를  $s$ 라 할 때,  $\frac{s^2}{5}$ 의 값을 구하시오.



06. 좌표공간에서 구  $S_1 : (x-4)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$ 이

평면  $\alpha : x = \sqrt{3}y$ 와 만나서 생기는 원의 중심을 C라 하고,  
반지름의 길이가 6인 구  $S_2$ 의 중심 P의  $y$ 좌표,  $z$ 좌표는 모두  
2보다 큰 양수이다. 그림과 같이 구  $S_2$ 가  $z$ 축 위의 한 점에서  
평면  $\alpha$ 와 접하고, 구  $S_1$ 과 외접하고 있다. 직선 CP가  $xy$ 평면과  
이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $48\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오.



07. 그림과 같이 중심이 O인 구 S 위의 세 점 A, B, C가  $\overline{BC} = \overline{CA} = 5\sqrt{2}$ ,

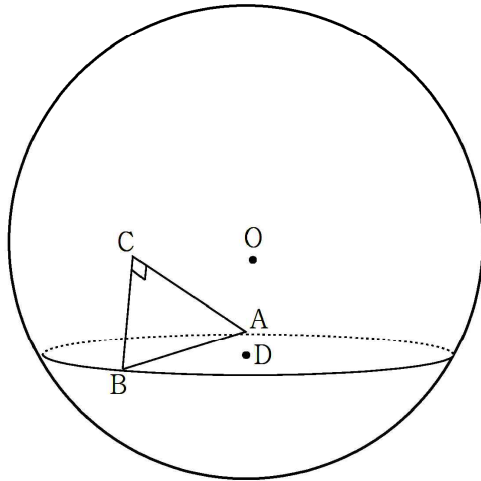
$\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 를 만족시키고, 점 O에서 직선 BC에 내린 수선의 길이는  $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

이다. 구 S가 선분 AB를 포함하는 평면  $\alpha$ 와 만나서 생기는 원의 넓이가  $30\pi$

이고, 이 원의 중심을 D라 할 때, 평면 BCD가 평면  $\alpha$ 와 이루는 각의 크기

를  $\theta$ 라 하자.  $\frac{4}{\tan^2 \theta}$ 의 값을 구하시오. (단, 점 C의 평면  $\alpha$  위로의 정사영

은 원 외부에 있다.)



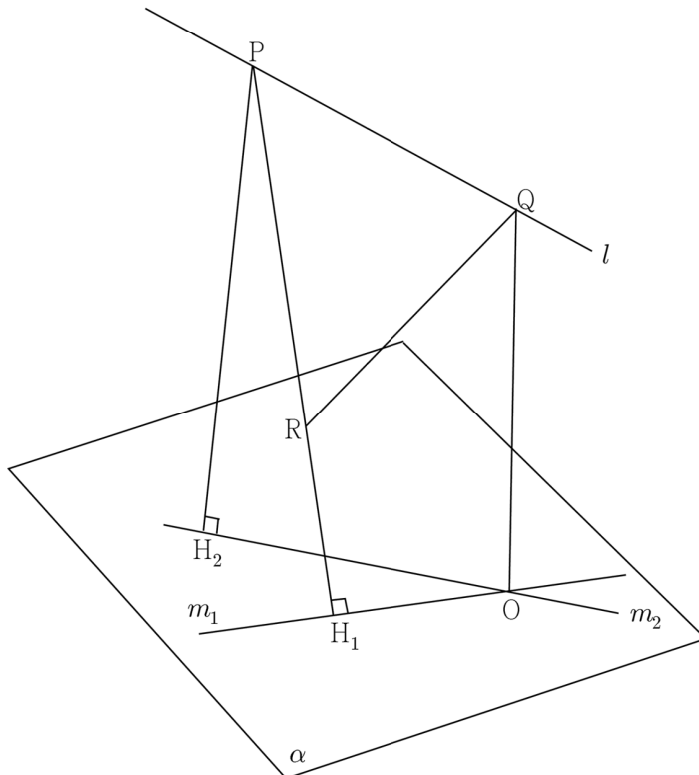
**08.** 그림과 같이 평면 $\alpha$ 와 평행한 직선  $l$ 이 서로 다른 두 점  $P, Q$ 를 지나고, 서로 수직하지 않는 두 직선  $m_1, m_2$ 가 점  $O$ 를 지나면서 평면 $\alpha$ 위에 있다. 점  $P$ 에서 두 직선  $m_1, m_2$ 에 내린 수선의 발을 각각  $H_1, H_2$ 라 하고, 선분  $PH_1$ 을 4:3으로 내분하는 점을  $R$ 이라 할 때, 세 점  $P, Q, R$ 이 다음조건을 만족시킨다.

(가)  $\overline{OQ} \perp \alpha, \overline{OQ} = 7$

(나)  $\overline{OH_1} = \sqrt{7}, \overline{PH_2} = 2\sqrt{14}$

(다)  $\overline{QR} : \overline{RH_1} = 4 : 3$

점  $P$ 와 직선  $m_1$ 을 포함하는 평면과 직선  $QR$ 이 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $60 \tan^2 \theta$ 의 값을 구하시오.





09. 좌표공간에서 평면  $\alpha: y = kz$ 가 두 구

$$S_1: x^2 + y^2 + (z-6)^2 = 36$$

$$S_2: x^2 + (y-6\sqrt{3})^2 + (z-6)^2 = 36$$

와 만나서 생기는 원을 각각  $C_1, C_2$ 라 하고, 두 원  $C_1, C_2$ 의 중심을 각각  $C'_1, C'_2$ 라 하자. 점  $C'_1$ , 두 원  $C_1, C_2$ ,  $zx$ 평면 위를 움직이는 점  $P$ 가 다음조건을 만족시킨다.

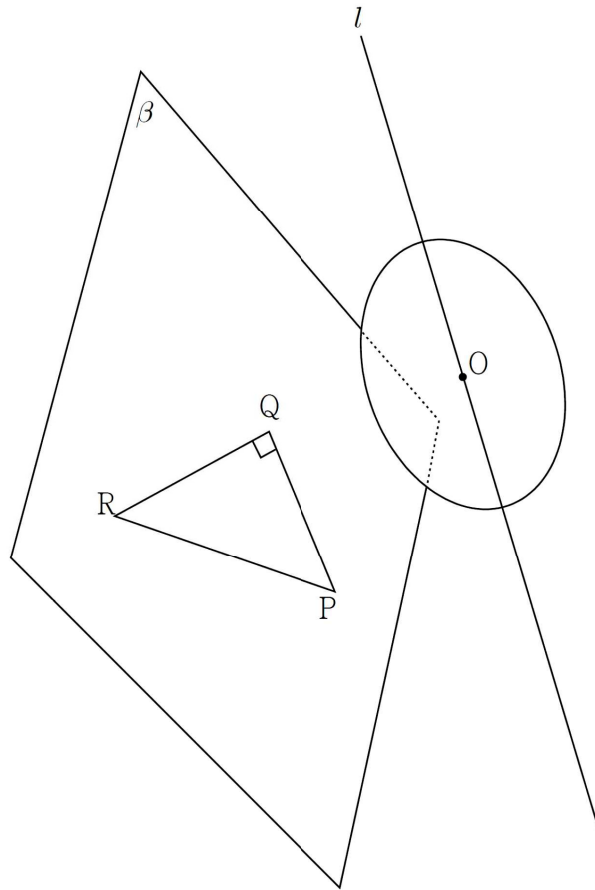
(가) 두 원  $C_1, C_2$ 는 오직 한 점에서만 만난다.

(나) 원점을  $O$ 라 할 때,  $2\overrightarrow{OC'_1} \cdot \overrightarrow{OP} = 45$

점  $P$ 가 나타내는 도형과 점  $C'_2$ 를 모두 포함하는 평면을  $\beta$ 라 하자. 평면  $\beta$ 가  $xy$ 평면과 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $k^2 \cot^2 \theta$ 의 값을 구하시오.

(단,  $k$ 는 상수이고, 점  $C'_2$ 는 구  $S_2$ 위에 있지 않다.)

10. 그림과 같이 길이가 4인 선분PR를 빗변으로 하는 직각이등변삼각형PQR이 평면 $\beta$ 위에 있고, 평면 $\beta$ 와 평행한 직선 $l$ 이 있다. 직선의 양끝이  $l$  위에 있고, 중심이 O인 원을 C라 하자. 원C위를 움직이는 점 T에 대하여 점 T의 위치에 관계없이 선분RT의 길이가 항상 4이고, 직선 $l$ 과 평면 $\beta$ 사이의 거리는 선분OQ의 길이와 같다. 원C를 포함하는 평면과 평면OPQ가 이루는 예각 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 을 만족시킨다. 원C의 반지름의 길이가  $r$ 일 때,  $\overline{OQ}+r$ 의 값을 구하시오.

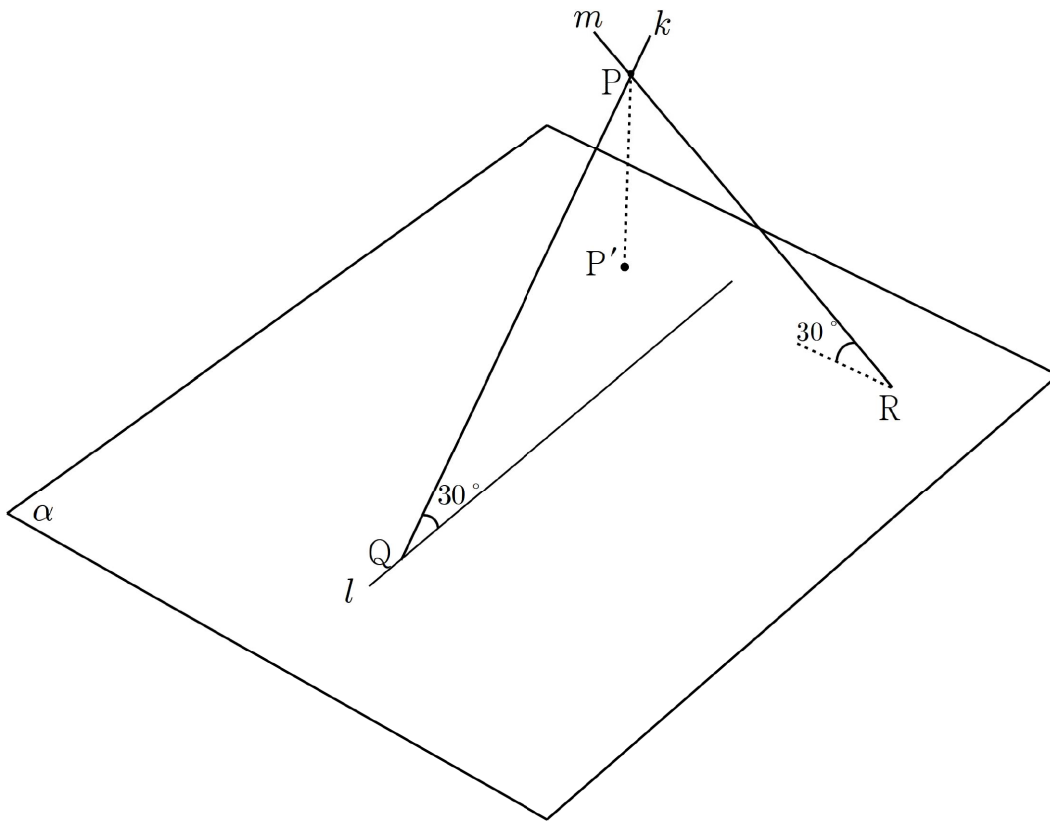


11. 그림과 같이 두 직선  $m, k$ 가 평면  $\alpha$  밖의 한 점  $P$ 에서 만나고, 직선  $k$ 가 평면  $\alpha$  위에 직선  $l$ 과  $30^\circ$ 의 각을 이루면서 직선  $l$  위의 점  $Q$ 에서 만난다. 그림과 같이 직선  $m$ 과 평면  $\alpha$ 가  $30^\circ$ 의 각을 이루면서 직선  $l$  밖의 점  $R$ 에서 만날 때, 점  $P$ 의 평면  $\alpha$  위로의 정사영  $P'$ 과 두 직선  $l, m$ 이 다음조건을 만족시킨다.

(가)  $l \perp m, \overline{PR} = 4\sqrt{3}$

(나) 점  $P'$ 와 직선  $l$  사이의 거리는 두 직선  $l, m$ 사이의 거리와 같다.

평면  $PQR$ 과 평면  $\alpha$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $3\tan\theta$ 의 값을 구하십시오.



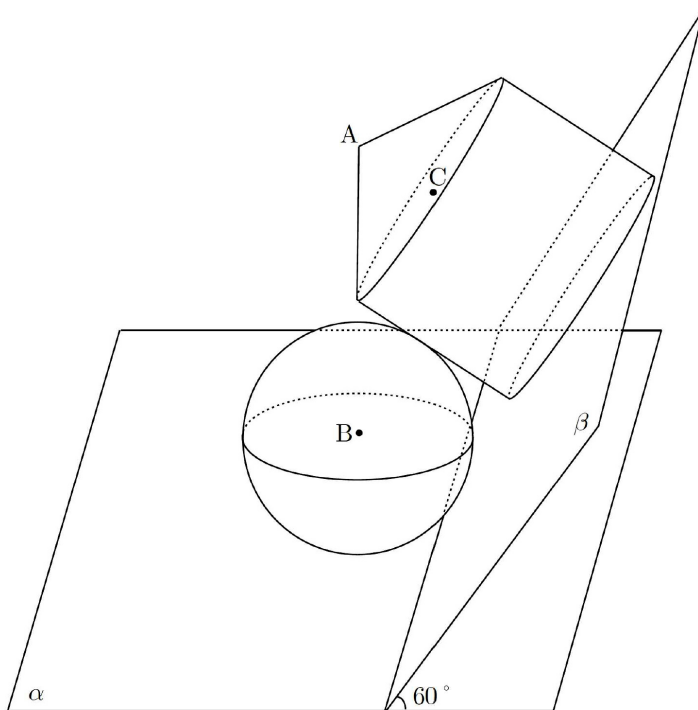
12. 좌표공간에서 두 점  $A(4,0,12)$ ,  $B(8,3,9)$ 와 반지름의 길이가 4이고, 중심이  $P$ 인 구  $S$ 가 있다. 구  $S$ 가 구  $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 64$ 에 내접하면서  $y$ 축에 접하도록 움직일 때, 삼각형  $PAB$ 의 세 변의  $xy$ 평면 위로의 정사영의 길이를 모두 합한 값을  $l$ 이라 하자.  $l$ 의 최솟값은?

- ①  $3\pi+5$       ②  $4\pi$       ③  $5+4\sqrt{2}$       ④ 12      ⑤ 13

- 13.** 그림과 같이 서로  $60^\circ$ 의 각을 이루는 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 있고, 밑면의 반지름의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 직원기둥이 평면  $\beta$ 위에 놓여있다. 꼭짓점이 A이고, 높이가 2인 직원뿔이 원기둥과 밑면을 서로 공유하고, 중심이 B인 구가 평면  $\beta$ 와 원기둥의 옆면에 모두 접하도록 평면  $\alpha$ 위에 놓여있다. 원뿔의 밑면의 중심을 C라 할 때, 세 점 A, B, C가 다음조건을 만족시킨다.

- (가) 점 C의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이  $C'$ 일 때,  
 점  $C'$ 는 두 평면  $\alpha, \beta$ 의 교선 위에 있다.  
 (나) 두 점 A, B의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이 서로 일치한다.

직선 BC와 평면  $\alpha$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하고, 원기둥의 높이와 구의 반지름의 길이를 서로 곱한 값이  $k$ 이다.  $\frac{k^2}{\tan\theta}$ 의 값을 구하시오. (단, 원기둥의 높이는 구의 반지름의 길이보다 크다.)

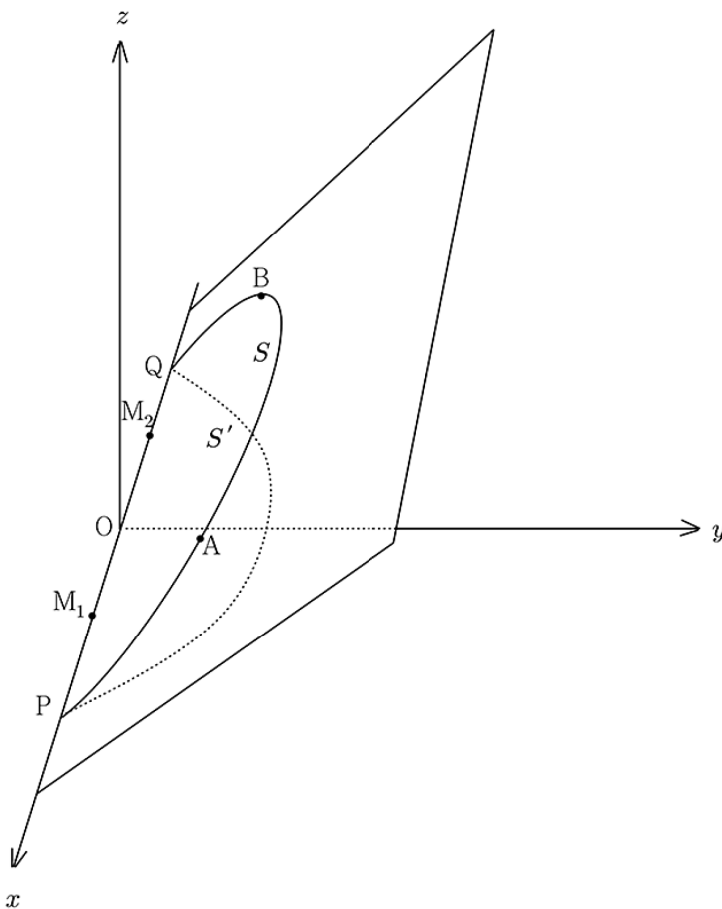


14. 그림과 같이 평면  $z = ky (z \geq 0)$  위에 있고, 두 점  $P(4,0,0), Q(-4,0,0)$ 를 지름의 양끝으로 하는 반원  $S$  위에 두 점  $A, B$ 를 삼각형  $OAP, OBQ$ 가 모두 정삼각형이 되도록 잡는다. 호  $\widehat{PQ}$ 의  $xy$ 평면 위로의 정사영을  $S'$ 라 하고, 곡선  $S'$  위의 한 정점을  $C$ 라 하자. 두 선분  $OP, OQ$ 의 중점을 각각  $M_1, M_2$ 라 할 때, 점  $C$ 가 다음조건을 만족시킨다.

(가)  $\angle M_1CM_2 = \frac{\pi}{3}$

(나) 곡선  $S'$  위를 움직이는 점  $T$ 에 대하여 점  $T$ 의 위치와 상관없이

항상  $\sum_{k=1}^2 (\overline{TM_k} + \overline{CM_k}) = 16$ 이다.



두 삼각형  $M_1AC, M_2BC$ 의  $xy$ 평면 위로의 정사영의 넓이의 합을 구하시오.

(단,  $O$ 는 원점이고,  $k$ 는 상수이다.)

15. 좌표공간에서 중심이 C인 구  $x^2 + (y-b)^2 + (z-4)^2 = 1$ 와 두 점 A(3,0,4), B(a,0,0)이 있다. x축을 포함하고 구의 부피를 이등분하는 평면을  $\alpha$ 라 할 때, 구와 두 점 A,B가 다음조건을 만족시킨다.

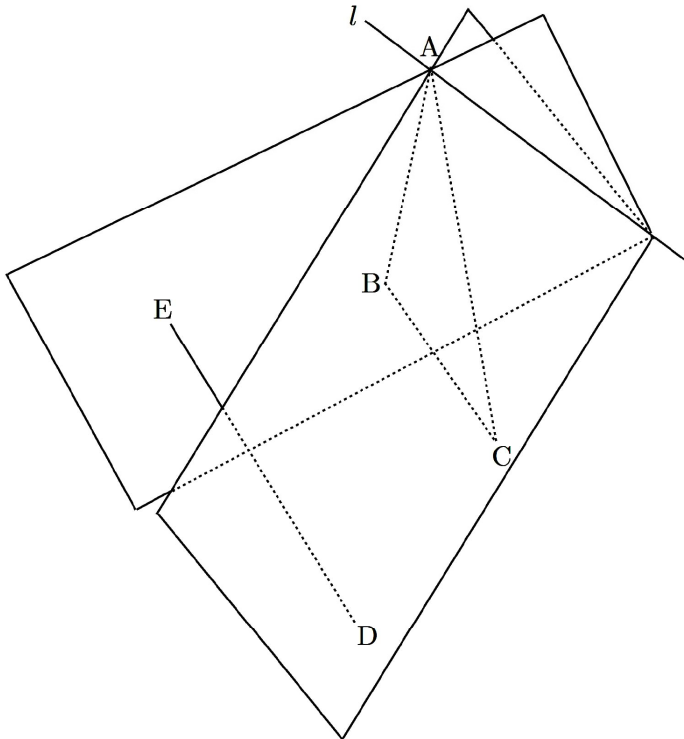
(가)  $a > 0, b > 0$

(나)  $\overline{AB} = \overline{CA} = 5$

4개의 평면ABC,  $\alpha, y=0, x=3$ 으로 둘러싸인 사면체의 부피를 구하시오.

(단, a,b는 상수이다.)

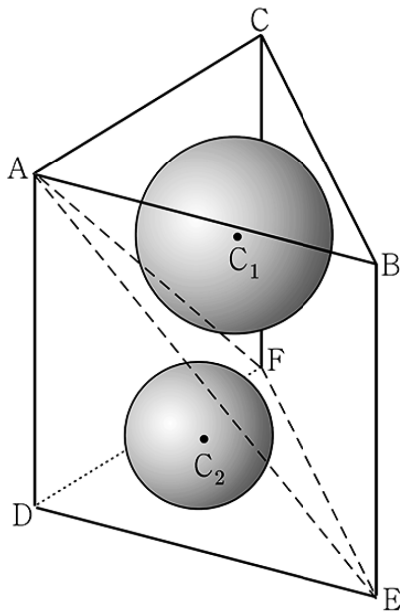
16. 그림과 같이 한 변의 길이가  $2\sqrt{6}$  인 정삼각형ABC와 길이가  $4\sqrt{6}$  인 선분DE가  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ,  $\overline{BE} = \overline{CD} = 2\sqrt{6}$  를 만족시키고, 두 평면ABC, BCDE가 서로 수직이다. 두 평면ABE, ACD가 서로 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하고, 두 평면ABE, ACD의 교선  $l$ 과 직선DE 사이의 거리는  $d$ 이다.  $\frac{d}{\cos\theta}$ 의 값은?



- ① 25      ② 30      ③ 35      ④ 40      ⑤ 45



17. 그림과 같이 밑면이 한변의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형이고, 높이가 4인 삼각기둥  $ABC-DEF$ 가 있다. 면  $DEF$ 를 제외한 삼각기둥의 모든 면과 면  $AFE$ 에 접하는 구의 중심을  $C_1$ , 두 면  $ABC, BCFE$ 를 제외한 삼각기둥의 모든 면과 면  $AFE$ 에 접하는 구의 중심을  $C_2$ 라 할 때, 직선  $C_1C_2$ 가 평면  $AFE$ 와 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $12\tan\theta$ 의 값을 구하시오.



# WP-HardCore course

Killer 수준과 그 이상의 공도백 문제를 해결하기 위한!

18. 좌표공간에서 점P의 평면 $2x+3y+z=24$ 위로의 정사영을 Q라 할 때, 점Q의  $x$ 좌표는 3이고, 점P와 점R(12,6,10)사이의 거리는 7이다.  $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$ 의 최댓값을 구하시오.

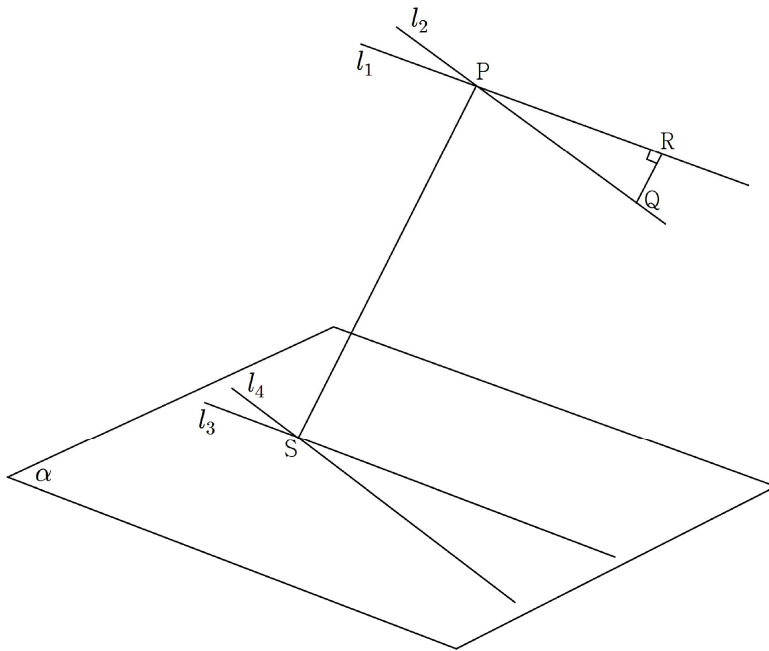
19. 그림과 같이 두 직선  $l_1, l_2$ 이 점P에서 만나고, 직선 $l_1$ 과 평행한 직선 $l_3$ , 직선 $l_2$ 와 평행한 직선 $l_4$ 가 각각 평면 $\alpha$ 위에 있다. 직선 $l_2$ 위의 한 점Q에서 직선 $l_1$ 에 내린 수선의 발을 R이라 하고, 점R에서 직선 $l_4$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 두 직선  $l_3, l_4$ 의 교점S와 직선 $l_2$ 이 다음조건을 만족시킨다.

- (가)  $l_2 \perp \overline{PS}$ ,  $\overline{PS} = \sqrt{14}$   
 (나)  $\overline{QR} = 2$ ,  $\overline{RH} = 5$   
 (다) 점Q의 평면 $\alpha$ 위로의 정사영은 직선 $l_3$ 위에 있다.

두 직선 $l_1, l_3$ 를 포함하는 평면과 두 직선 $l_2, l_4$ 를 포함하는 평면이 이루는

각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\tan^2 \theta = \frac{p}{q}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

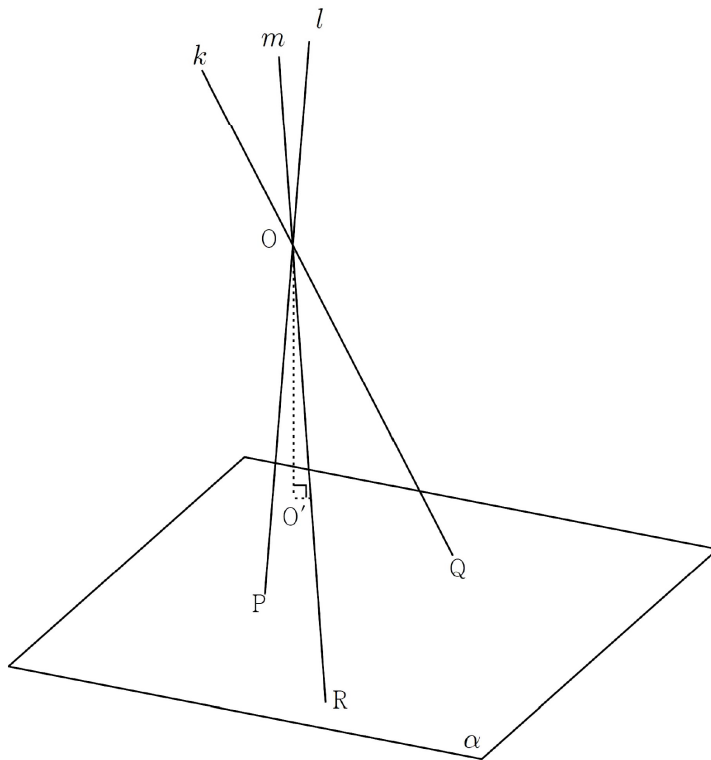


**20.** 그림과 같이 평면  $\alpha$  밖의 한 점  $O$ 를 지나는 서로 다른 세 직선  $l, k, m$ 이 있다. 세 직선  $l, k, m$ 이 평면  $\alpha$ 와 만나는 점을 각각  $P, Q, R$ 이라 하자. 점  $O$ 의 평면  $\alpha$ 위로의 정사영이  $O'$ 일 때, 세 점  $P, Q, R$ 이 다음조건을 만족시킨다.

$$(가) \angle OPR = \frac{2}{3}\pi, \angle O'PR = \frac{5}{6}\pi$$

$$(나) \overline{PQ} \perp \overline{PR}, \overline{OP} = 4$$

삼각형  $OPQ$ 와 평면  $\alpha$ 가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos^2 \theta = \frac{p}{q}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)



**21.** 그림과 같이 두 점 P, S에서 두 직선  $l_1, l_2$ 와 각각 수직인 선분 PS가 평면  $\alpha$ 위에 있다. 두 직선  $l_1, l_3$ 의 교점을 Q, 두 직선  $l_2, l_3$ 의 교점을 R이라 하고, 점Q의 평면  $\alpha$ 위로의 정사영을 Q'라 하자. 네 점 P, Q, R, S가 다음조건을 만족시킨다.

(가) 세 선분 QR, QQ', RS의 길이는 모두  $2\sqrt{3}$ 이다.

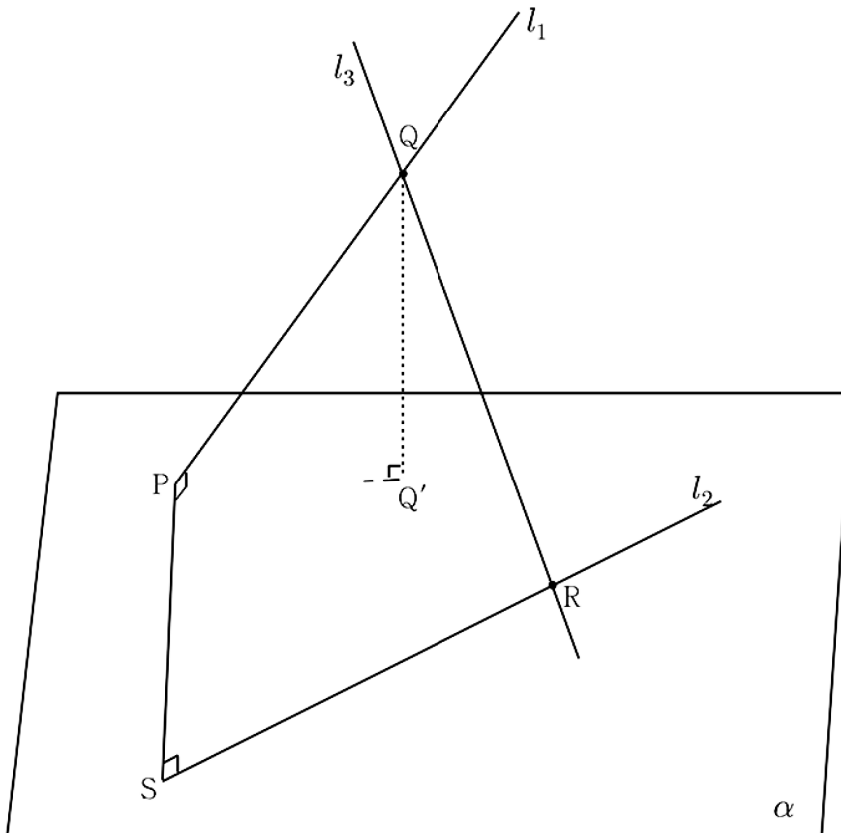
(나) 선분 QS의 중점을 M이라 할 때,  $\alpha // \overline{MR}$

(다) 직선  $l_3$ 와 직선 PS가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,

$$\cos^2 \theta = \frac{2}{3} \text{이다.}$$

사면체 PQRS의 부피를 V라 할 때,  $6V^2$ 의 값을 구하시오.

(단, 선분 QR의 평면  $\alpha$ 위로의 정사영은 직선 PS와 만나지 않는다.)



**22.** 그림과 같이 직선  $l$  위의 두 점  $P, Q$ 에서 각각 직교하는 두 직선  $m, n$ 이 있다. 두 직선  $m, n$ 과 평면  $\alpha$ 와의 두 교점을 각각  $A, B$ 라 하고, 두 점  $P, Q$ 의 평면  $\alpha$  위로의 정사영을 각각  $P', Q'$ 라 하자. 직선  $k$ 가 직선  $m$  위의 한 점  $R$ 과 직선  $n$  위의 점  $S$ 를 모두 지날 때, 네 직선  $l, m, n, k$ 가 다음조건을 만족시킨다.

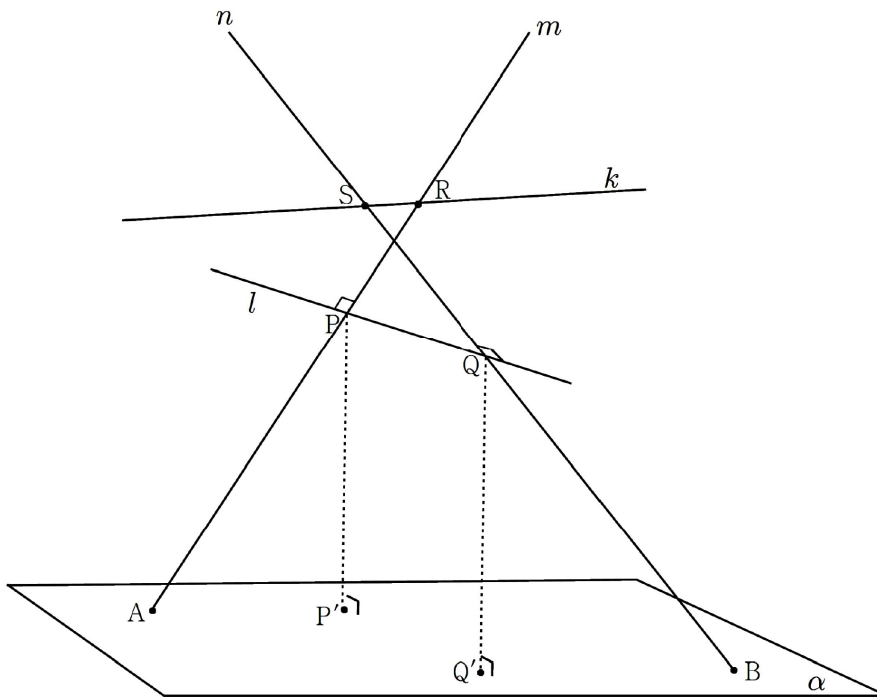
(가)  $\alpha // l, \overline{AB} \perp k$

(나)  $\overline{Q'B} = 2\overline{P'A} = 16, \overline{PP'} = 2\overline{PQ} = 24$

(다) 직선  $k$ 의 평면  $\alpha$  위로의 정사영을 직선  $k'$ 라 할 때, 직선  $k'$ 는 선분  $P'Q'$ 를 1:2로 내분하는 점을 지난다.

두 직선  $k, m$ 이 서로 이루는 각의 크기를  $\theta_1$ , 두 직선  $k, n$ 가 서로 이루는 각의 크기를  $\theta_2$ 라 하자.  $\frac{\cos^2 \theta_1}{\cos^2 \theta_2} = \frac{p}{q}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이고, 두 선분  $AB, P'Q'$ 는 한 점에서 만난다.)



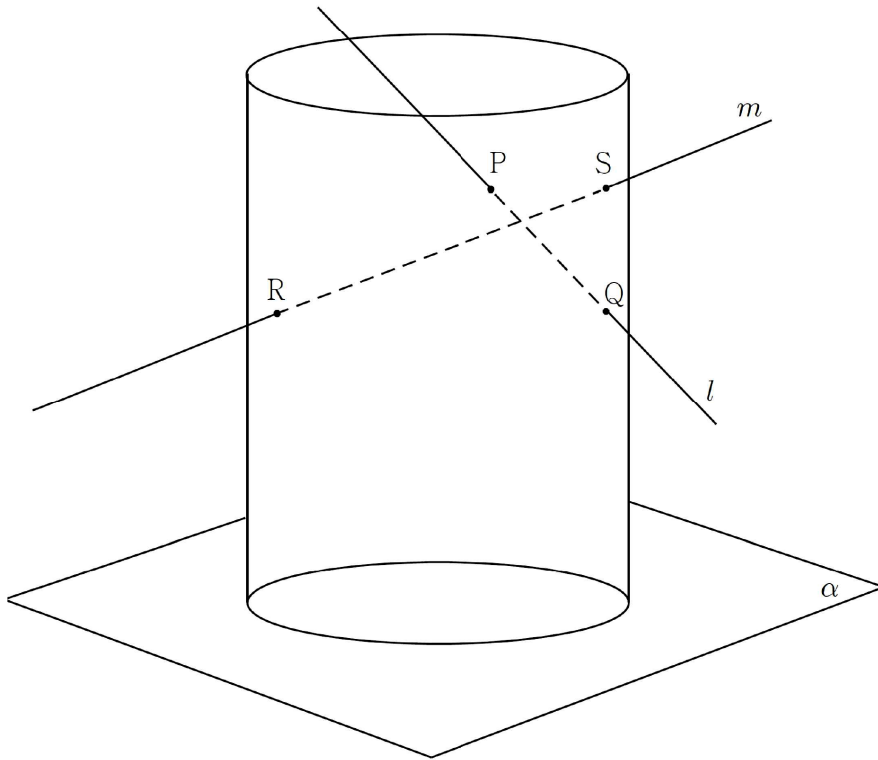
**23.** 평면 $\alpha$  밖의 한 점A에서 평면 $\alpha$ 와  $\alpha$ 위의 직선 $l$ 에 내린 수선의 길이가 각각  $4\sqrt{2}, 6$ 이다. 직선 $l$ 과 평행한 평면 $\beta$ 가 점A를 포함하고 직선 $l$ 로부터의 거리가 2일 때, 두 평면 $\alpha, \beta$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\cos\theta$ 의 값은? (단, 두 평면  $\alpha, \beta$ 는 서로 수직하지 않는다.)

- ①  $\frac{4}{9}$       ②  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$       ③  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$       ④  $\frac{\sqrt{13}}{14}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

**24.** 그림과 같이 밑면의 지름의 길이가 4인 원기둥이 평면 $\alpha$ 위에 놓여있다. 꼬인 위치인 두 직선 $l, m$ 에 대하여 직선  $l$ 이 원기둥의 옆면과 만나는 두 점을 각각 P,Q라 하고, 직선 $m$ 이 원기둥 옆면과 만나는 두 점을 각각 R,S라 할 때, 네 점P,Q,R,S가 다음조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{QR} // \alpha, \overline{PS} // \alpha$
- (나)  $\overline{QS} \perp \alpha, \overline{QS} = 2$
- (다)  $\overline{PR} = 4, \overline{RS} = \sqrt{20}$

점R과 평면PQS사이의 거리를  $d$ , 두 평면PQR,PQS가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\frac{d^2}{\cos^2 \theta}$ 의 값을 구하시오.



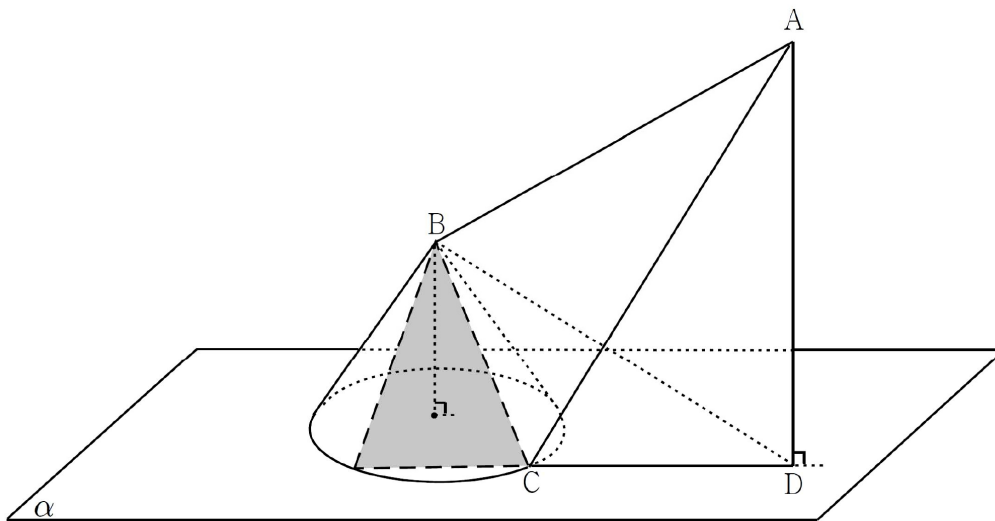


- 25.** 그림과 같이 사면체ABCD가 평면 $\alpha$ 와 모서리CD를 서로 공유한다, 선분BC를 한 모서리로 하고, 꼭짓점이 B인 직원뿔이 평면 $\alpha$ 위에 놓여있다. 사면체ABCD가 다음조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{AD} \perp \alpha, \overline{AB} \perp BC$   
 (나)  $\overline{AB} = 4\sqrt{3}, \overline{BC} = \overline{CD} = 4$   
 (다) 점A와 평면BCD와의 거리는  $2\sqrt{6}$ 이다.

원뿔이 평면BCD로 잘린 어두운 단면의 평면  $\alpha$ 위로의 정사영의 넓이는

$\frac{p}{q} \sqrt{3}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

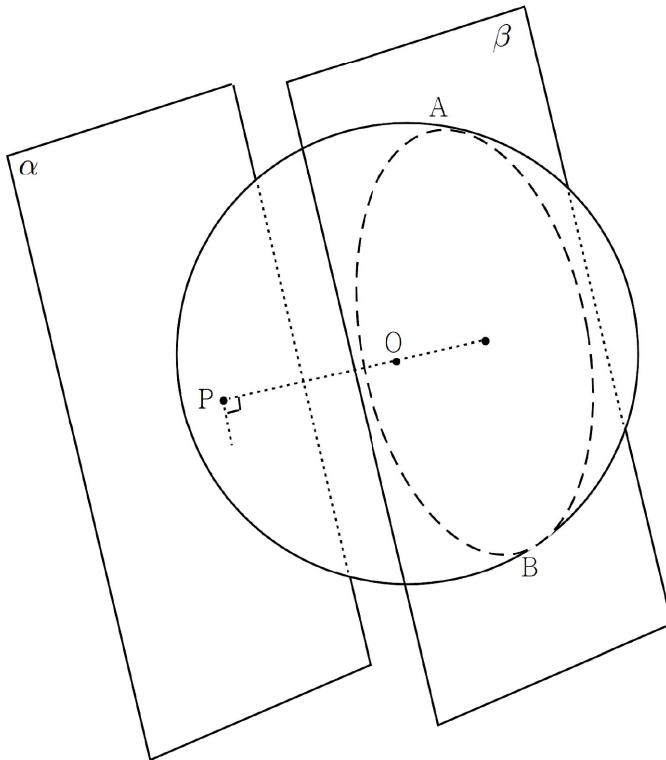


- 26.** 좌표공간에서  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 25$ 가 평면 $\alpha: 2x + 3y + 2\sqrt{3}z = -25$ 와 접하는 접점을 점P라 하고, 구S가 평면 $\beta: 2x + 3y + 2\sqrt{3}z = 15$ 와 만나서 생기는 원을  $C$ 라 하자. 다음조건을 만족하도록 원  $C$  위의 지름의 양 끝점 A,B와 평면 $\alpha$ 위의 두 점Q,R을 잡는다.

(가)  $\overline{OQ} = \overline{OR} = \sqrt{41}$

(나)  $\overline{AQ} = \overline{BR} = 4\sqrt{5}, \overline{QR} = 8$

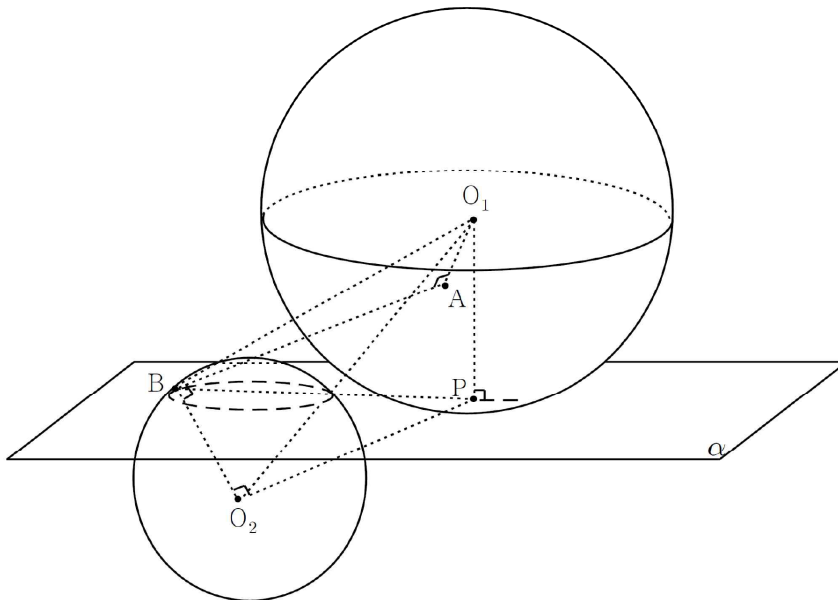
평면APQ와 평면BPR이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\cos\theta = \frac{p}{q}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)



27. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각  $6, 2\sqrt{3}$  인 두 구  $S_1, S_2$ 에 대하여 중심이  $O_1$ 인 구  $S_1$ 이 평면  $\alpha$ 와 점  $P$ 에서 접하고, 중심이  $O_2$ 인 구  $S_2$ 가 평면  $\alpha$ 와 만나서 생기는 원을  $C$ 라 하자. 선분  $O_1O_2$ , 구  $S_1$  위의 한 점  $A$ , 원  $C$  위의 한 점  $B$ 가 다음조건을 만족시킨다.

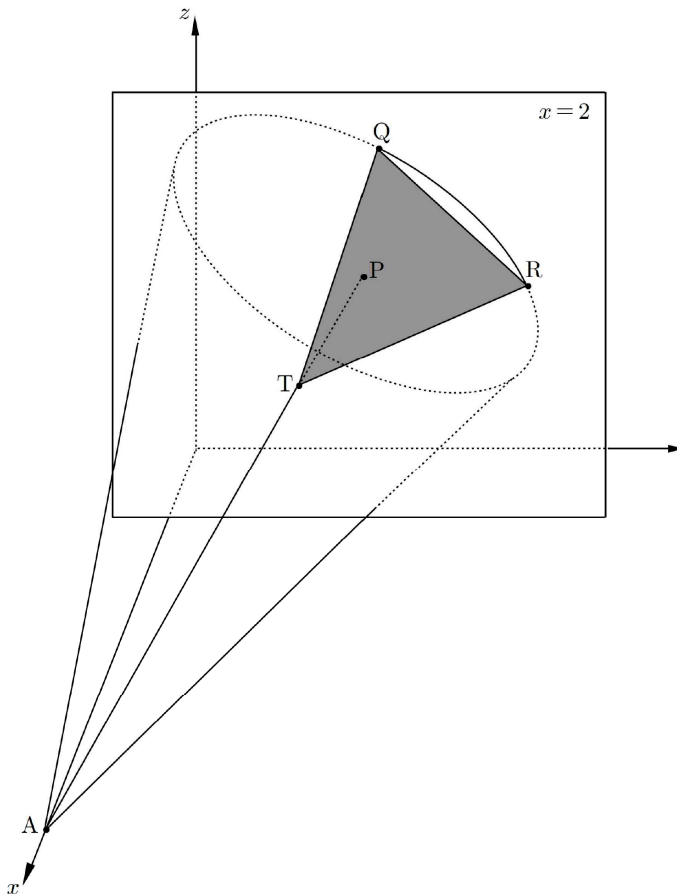
- (가) 평면  $\alpha$ 와 점  $O_2$ 사이의 거리는 3이다.  
 (나) 선분  $O_1O_2$ 는 원  $C$  위의 한 점을 지난다.  
 (다)  $\angle O_1AB = \angle O_2BA = \angle PO_2B = 90^\circ$

점  $A$ 와 평면  $O_2PB$ 사이의 거리를  $d$ 라 하자.  $d^2 = \frac{p}{q}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)



**28.** 좌표공간에서 밑면의 반지름의 길이가  $3\sqrt{3}$ 인 직원뿔이 점  $A(10, 0, 0)$ 를 꼭짓점으로 하고, 점  $P(0, 5, 5)$ 를 밑면의 중심으로 한다. 이 원뿔의 밑면의 둘레가 평면  $x=2$ 와 만나는 두 점을 각각  $Q, R$ 이라 하고, 선분  $AP$ 와 평면  $x=2$ 의 교점을  $T$ 라 할 때, 삼각형  $QRT$ 의 넓이의 제곱의 값은?

- ① 160                      ② 180                      ③ 200  
 ④ 240                      ⑤ 270



29. 좌표공간에서 구  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 36$ 과 두 평면  $\alpha: z = -2\sqrt{5}$ ,  $\beta: z = 0$ 과 만나서 생기는 원을 각각  $C_1, C_2$ 라 하자. 다음조건을 만족하도록 원  $C_1$  위의 한 점  $P$ , 원  $C_2$  위의 한 점  $Q$ , 평면  $\alpha$  위의 한 점  $A$ 를 잡는다.

(가)  $|\overrightarrow{OA}| = 2\sqrt{14}$ ,  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = 36$

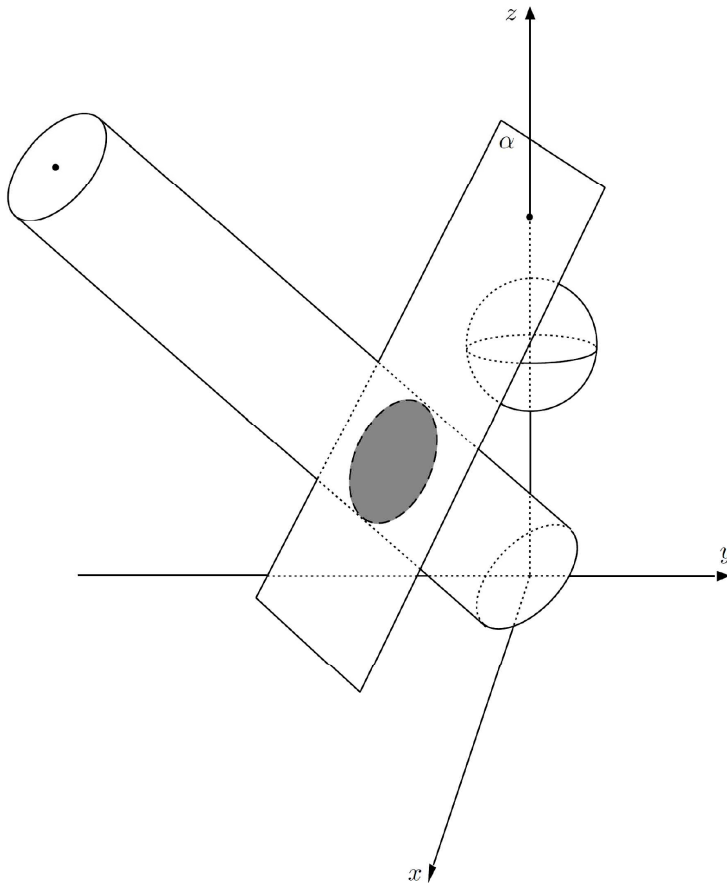
(나)  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PQ} = 20$ ,  $|\overrightarrow{PQ}| > 2\sqrt{10}$

점  $Q$ 와 평면  $OAP$  사이의 거리를  $d$ 라 할 때,  $18d^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $O$ 는 원점이다.)

**30.** 좌표공간에서 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가  $\sqrt{5}$ 이고, 원점과 점(12, -12, 12)를 각각 두 밑면의 중심으로 하는 직원기둥이 있다. 구  $x^2 + y^2 + (z-6)^2 = 4$ 와 접하고 점(0, 0, 10)를 지나 는 평면  $\alpha$ 로 원기둥을 자른 단면의 넓이의 최솟값은?  
(단, 원기둥의 두 밑면은 평면  $\alpha$ 와 만나지 않는다.)

- ①  $(8 - \sqrt{6})\pi$       ②  $(4\sqrt{3} - \sqrt{6})\pi$       ③  $(6\sqrt{2} - 2\sqrt{3})\pi$   
 ④  $(9 - 2\sqrt{3})\pi$       ⑤  $(12 - 4\sqrt{3})\pi$



# WP-HardCore course **정답표**

Killer 수준과 그 이상의 공도백 문제를 해결하기 위함!

<b>01.</b>	20	<b>07.</b>	30	<b>13.</b>	54	<b>19.</b>	76	<b>25.</b>	57
<b>02.</b>	63	<b>08.</b>	196	<b>14.</b>	6	<b>20.</b>	14	<b>26.</b>	32
<b>03.</b>	6	<b>09.</b>	4	<b>15.</b>	4	<b>21.</b>	64	<b>27.</b>	185
<b>04.</b>	③	<b>10.</b>	4	<b>16.</b>	②	<b>22.</b>	53	<b>28.</b>	⑤
<b>05.</b>	240	<b>11.</b>	2	<b>17.</b>	14	<b>23.</b>	③	<b>29.</b>	160
<b>06.</b>	32	<b>12.</b>	⑤	<b>18.</b>	42	<b>24.</b>	84	<b>30.</b>	③

# WP-HardCore course

---

Killer 수준과 그 이상의 공도백 문제를 해결하기 위함!