

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

* $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+kh) - f(a-lh)}{h} = \frac{(k-l)f'(a)}{(a+kh) - (a-lh)}$
 이 값이 미분계수이기 때문
 $\hookrightarrow \frac{(k-l)f'(a)}{k+l}$

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

* $\sum_{k=1}^n c = cn$ 주의

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$ 극한값 = 함수값

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 + 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

삼각비 → 다른 삼각비 : 직각 △ 그리기 + 부호 고려

6. $\cos \theta < 0$ 이고 $\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos \theta$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

7. 상수 $a(a > 2)$ 에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 그래프의

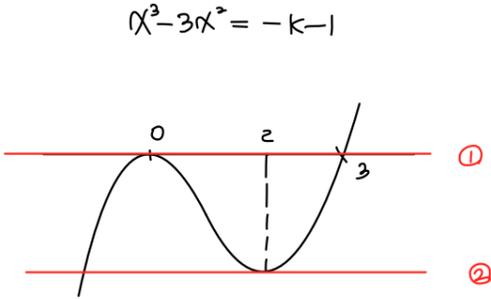
접근선이 두 곡선 $y = \log_2 \frac{x}{4}$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 만나는 점을 각각

A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12
- 거리 ⇒ 절댓값

8. 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

- 교점의 개수 → 그래프
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



★ 일반적인 수열의 합 → 일반항 · $a_n = S_n - S_{n-1}$

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = \frac{1}{n^2+2n} \text{ 등차}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

$$\Rightarrow \frac{1}{(2n-1)a_n} = \frac{1}{2n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{(2n+1)(2n-1)} \leftarrow \text{분모곱, 1차차} \Rightarrow \text{교대수열}$$

시그마 계산 (1) 공식 or 등차
 2) 등비
 3) 교대수열
 분모곱 형태, 루트, 관수 차이

10. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

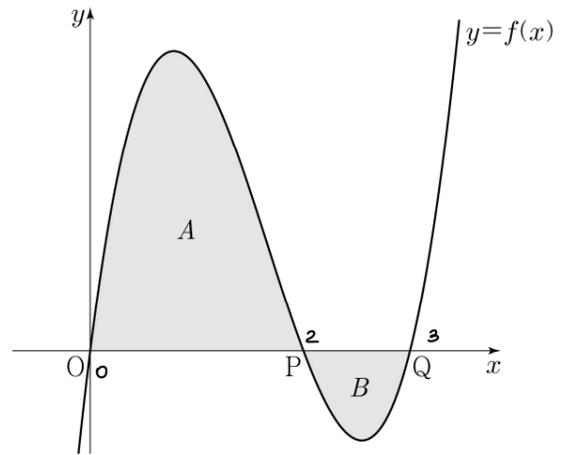
$$f(x) = kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 원점 O 와 두 점 P, Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OP 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자.

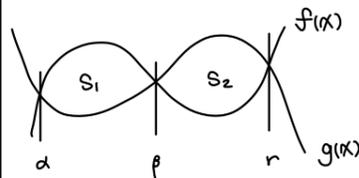
$$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$$

일 때, k 의 값은? [4점]

- ★ 넓이 vs 정역분 부호를 갖는 넓이
 $A+B$ $A-B$
 ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



+) 넓이 같다

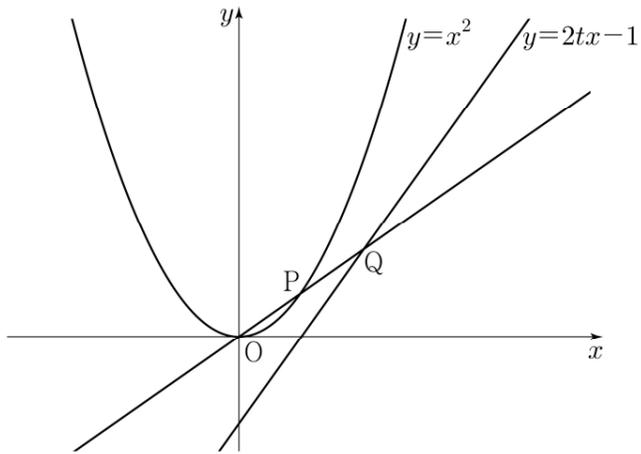


$$\Rightarrow \int_{\alpha}^{\gamma} f(x) - g(x) dx = S_1 - S_2 = 0$$

부호를 갖는 넓이

11. 그림과 같이 실수 $t(0 < t < 1)$ 에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y = 2tx - 1$ 과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y = 2tx - 1$ 과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{PQ}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

* 곡선 & 직선 최단거리 \Rightarrow 직선과 평행한 접선

기울기: $2t \Rightarrow y' = 2x = 2t \quad \therefore P(t, t^2)$

12. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이라 하고, 두 집합 A, B를

등차 + 등차 \Rightarrow 새로운 등차수열
 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \quad B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$

라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

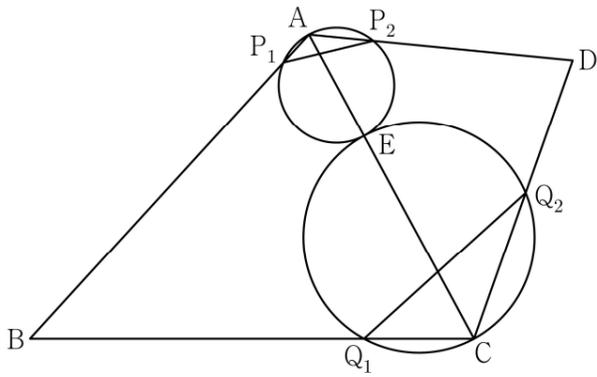
13. 그림과 같이

$$\overline{BC} = 3, \overline{CD} = 2, \cos(\angle BCD) = -\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두
예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여
선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는
점 중 A가 아닌 점을 각각 P₁, P₂라 하고,

선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는
점 중 C가 아닌 점을 각각 Q₁, Q₂라 하자.

$\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3 : 5\sqrt{2}$ 이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때,
 $\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$) [4점]



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

* 변 2, 각 1 → 코사인법칙

* 외접원 + 지름비 1:2 → 사인법칙

* 넓이 → $\frac{1}{2}ab\sin\theta$

14. 실수 $a(a \geq 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때 출발한 후 **운동 방향을**
한 번만 바꾸도록 하는 a 에 대하여, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지
점 P의 **위치의 변화량**의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

* 위치의 변화량 vs 이동거리

$$\int_a^b f(x) dx \quad \int_a^b |f(x)| dx$$

= 정적분 vs 넓이
(부호 갖는 넓이)

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = k \text{ 이고, 모든 자연수 } n \text{에 대하여}$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

단답형

16. 부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx + a$ 는 $x=1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin \left(\frac{bx}{2\pi} \right) + 8 - a$$

$\parallel \quad \alpha = \frac{2\pi}{b}$ 주기

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다. \Rightarrow 최소 ≥ 0
- (나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다. 그래프 그리기

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

{

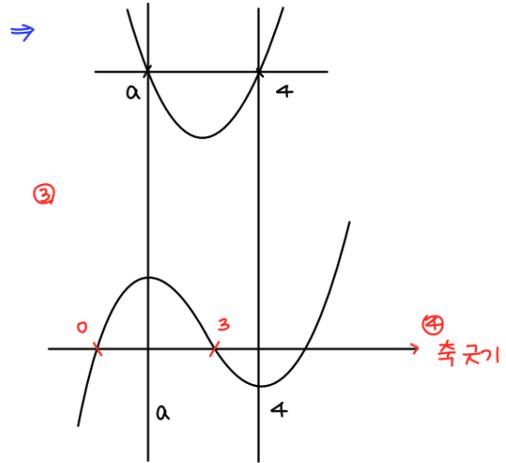
- ① 대입
- ② 미분
- ③ 도함수로 원형구 그래프 그리기
- ④ 축근기

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.

\Downarrow $g(4)$ 극소 $g(0)=0$ $\Rightarrow^* g(3)=0$

① $g(0)=0, g'(x)=f(x) \leftarrow x=4$ 극소



21. 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = t - \log_2 x$ 와 $y = 2^{x-t}$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자.
 <보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$) [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$ 이다.

<보 기>

ㄱ. $f(1) = 1$ 이고 $f(2) = 2$ 이다.
 ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.
 ㄷ. 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다.

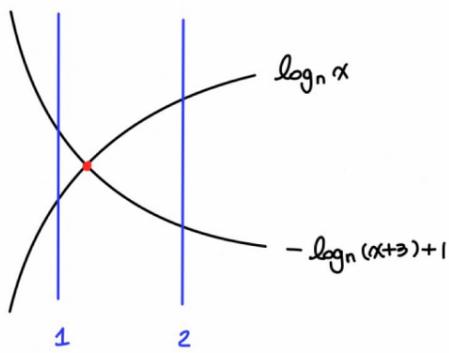
* 지수함수 & 로그함수 \rightarrow 역함수 여부 파악

★ ㄷ. 교점의 위치가 범위로 주어질 때 함숫값 비교

ex) 2022 06 10번

$n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선
 $y = \log_n x, y = -\log_n(x+3) + 1$
 이 만나는 점의 x 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점] $\Rightarrow x=1$ 과 2 에서의 함숫값 비교

- ① 30 ② 35 ③ 40
 ④ 45 ⑤ 50



$\Rightarrow x=1$ 이면 $\log_n 1 < -\log_n 4 + 1$

$4 < n$

$x=2$ 이면 $\log_n 2 > -\log_n 5 + 1$

$n < 10$

$\therefore 4 < n < 10$

22. 정수 $a (a \neq 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 곱이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $(k, k + \frac{3}{2})$ 에 존재한다.

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
 - 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.