

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

의 모든 실근이 $0, 1, a, 2, b$ 이다.

$$f'(1) < 0, f'(2) < 0, f'(0) - f'(1) = 6$$

일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$) [4점] **40**

$\alpha = \alpha$ 가 $f(f(x)) = \alpha$ 의 한 실근이고 $f(\alpha) = \beta$ 와 하자.

$$f(f(\alpha)) = \alpha \rightarrow f(\beta) = \alpha$$

$$f(f(\beta)) = f(\alpha) = \beta$$

$\rightarrow \alpha, \beta$ 둘 다 $f(f(x)) = \alpha$ 의 실근이다.

i) $\alpha = \beta \rightarrow y = f(x)$ 는 (α, α) 를 지난다.

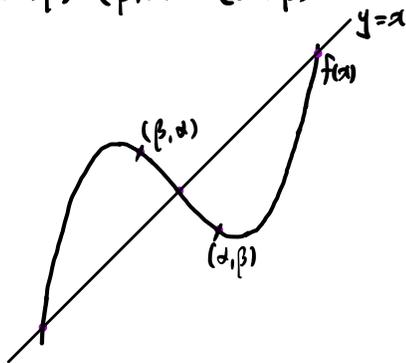
$y = f(x)$ 와 $y = x$ 는 점 (α, α) 에서 만난다.

$\rightarrow \alpha$ 는 $f(x) = x$ 의 실근

$f(x) = x$ 의 실근은 최대 세개

but, $f(f(x)) = \alpha$ 의 실근은 5개이므로 X

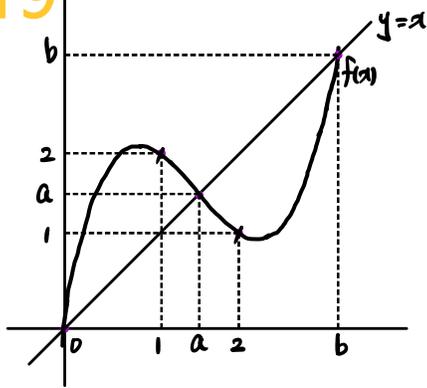
ii) $(\alpha, \beta) (\beta, \alpha) (\alpha \neq \beta)$



근 5개

19

2019학년도 9월 평가원(나형) 30번



$$f(x) = px^3 + qx^2 + rx, \quad f'(x) = 3px^2 + 2qx + r$$

$$f(1) = p + q + r = 2$$

$$f(2) = 8p + 4q + 2r = 1$$

$$f'(0) - f'(1) = -3p - 2q = 6$$

$$\therefore p = 1, \quad q = -\frac{9}{2}, \quad r = \frac{11}{2}$$

$$\therefore f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + \frac{11}{2}x$$

$$\therefore f(5) = 40$$