# 2015년 6월 평가원 모의고사 수학 A형 4점 해설

14. $x=-t^2+4t$에서 $v=\dfrac{dx}{dt}$이므로

$v=-2t+4$이다. $t=2$일 때, $v=0$이므로

$a=2$

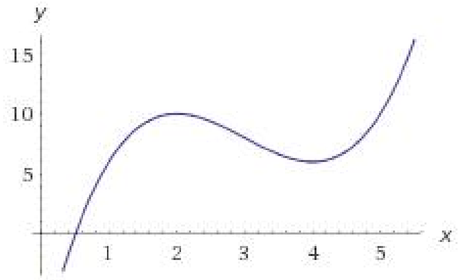
15. $D=20$, $R=81$ 대입

$L^2=100\times 20^2\times \log_3 81$

$L=400$

16. $f'(x)=3x^2-18x+24=3(x-2)(x-4)$

$f'(x)$의 그래프를 그려보면 아래와 같다.




$x=2$에서 극댓값을 가지므로, $f(2)=10$

$\therefore a=-10$

17. $2a_{n+1}-\dfrac{4}{(n+1)!}=3a_n-3\times\dfrac{2}{n!}$

$f(n)=\dfrac{2}{n!}$

$a_n-\dfrac{2}{n!}=b_n$이라면,

$b_{n+1}=\dfrac{3}{2}b_n \quad (b_1=1)$에서

$b_n=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{n-1}$

$g(n)=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore f(3)\times g(3)=\dfrac{2}{3!}\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}$

18. $S_1=\dfrac{\pi}{4}$

$\overline{A_1D_1}=\overline{A_1C_2}=2$이고, $\overline{A_1A_2}=1$이므로,

$\overline{A_2C_2}=1$이다.

공비는 $\overline{A_1C_1}:\overline{A_1A_2}=\sqrt{5}:1$이므로

넓이비는 $5:1$이다.

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\frac{\frac{\pi}{4}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{5}{16}\pi$$

19. ㄱ. 양변에 $A$를 곱하면

$A^3=-A^2=-(-A)=A$ (참)

ㄴ. $A^2=-A$이므로 $B^2=2A+E$

$B^2$이 $A$, $E$에 관한 식으로 나타내어져 있기 때문에 교환법칙은 성립한다. (참)

ㄷ. $B^2$의 역행렬이 존재하면 $B$의 역행렬이 존재하므로, $B^2$의 역행렬이 존재함을 보이면 된다.

$B^2=2A+E$이므로

$A^2=-A$를 변형하면

$(2A+E)(\frac{1}{2}A+\frac{1}{4}E)=\frac{1}{4}E$

$(B^2)^{-1}=2A+E$ (참)

정답은 ㄱ,ㄴ,ㄷ

20. $f(x)$의 $x$축과의 교점은 $\left(\dfrac{2}{b},0\right)$이다.

$g(x)$의 점근선은 $x=\dfrac{1}{a}$이다.

교점이 점근선 위에 있어야하므로 $b=2a$

주어진 조건에 의해 $b>1$이므로 $a>\dfrac{1}{2}$

$\therefore b=2a\ \left(\dfrac{1}{2}<a<1\right)$

21. (나)에서 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$이고,

(가)에서 $g(1)=0$이므로

$f(x)=(x-1)^2(x-a)$임을 추론할 수 있다.

$g(x)=(x-1)(x^2+bx+c)$라고 하자.

(나)에서 $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$이다. 만약 $g(2)=0$ 라면 $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)}{g(x)}\neq0$이므로 (나)에 모순된다.

따라서 $g(2)\neq0$

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to3}\dfrac{f(x)}{g(x)}=2\\ \lim\limits_{x\to4}\dfrac{f(x)}{g(x)}=6\end{cases}$ 를 풀면 $b$, $c$를 구할 수 있다.

연립방정식을 풀면 $b=-7$, $c=13$이다.

$\therefore g(5)=12$

# 2015년 6월 평가원 모의고사 수학 A형 4점 해설

26. $n=9$ 대입

$\sum_{k=1}^{9} a_{k+1}-a_k=19$

시그마의 정의에 의해 $a_{10}-a_1=19$

문제의 조건에서 $a_1=15$이므로

$a_{10}=34$

27. $f(x)=-x^3+2x$라 하자. $f(x)$위의 점 $(1,1)$에서의 접선을 구하면,

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$f'(x)=-3x^2+2$이므로 $f'(1)=-1$

$y=-x+2$가 접선이다. 이 직선이 $(a,-10)$을 지나므로 $a=12$

28. $(x_2,y_2)=(1,4)$

$(x_3,y_3)=(4,4)$

$(x_4,y_4)=(4,1)$

$(x_5,y_5)=(1,1)$

$(x_{n+4},y_{n+4})=(x_n,y_n)$ $(n=1,2,3,4,\cdots)$임을 알 수 있다.

$\therefore (x_{2015},y_{2015})=(x_3,y_3)=(4,4)$

$x_{2015}+y_{2015}=8$

29. (가)에서 $f(x)=x^3-11x^2+ax+b$

(나)에서 $f(1)=0$, $b=10-a$이다.

$f(x)=(x-1)\{x^2-10x+(a-10)\}$

다시, (나)에서 $a=10$

$f(x)=x(x-1)(x-10)$이다.

$\therefore \lim_{x\to\infty} xf\left(\frac{1}{x}\right)=10$

30. $a$의 지표를 $p$, $b$의 지표를 $q$라 하자.

i) $p=q=0$인 경우

(나)의 식을 정리하면,

$f(a)=\log a$, $f(b)=\log b$이므로,

$\log b \le \log a$

(가)에 의해 $a=b$인 경우에만 식을 만족한다.

따라서 i)을 만족하는 순서쌍 $(a,b)$는 9개

ii) $p=q=1$인 경우

(나)의 식을 정리하면

$f(a)=\log a-1$, $f(b)=\log b-1$이므로,

$\log b \le \log a$

(가)에 의해 $a=b$인 경우에만 식을 만족한다.

따라서 ii)을 만족하는 순서쌍 $(a,b)$는 11개

iii) $p=0$, $q=1$인 경우

(나)의 식을 정리하면

$f(a)=\log a$, $f(b)=\log b-1$이므로,

$\log b-\log a \le \frac{1}{2}$

$a<10 \le b \le \sqrt{10}\,a$를 만족하는 순서쌍 $(a,b)$의 개수를 구하면 된다.

$a=1,2,3$일 때 0개, $a=4$일 때 3개, $a=5$일 때 6개, $a=6$일 때 9개, $a=7,8,9$일 때 11개이다.

만족하는 총 개수는 51개이다.

i), ii), iii)에서 구한 총 개수는 71개