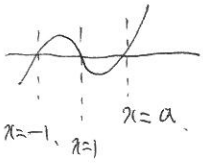
* 2021 학년도 대수능 수학 나형 20번.

$a>1$, $f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$ $\rightarrow$



$g(x)=x^2\int_0^x f(t)\,dt-\int_0^x t^2 f(t)\,dt$.

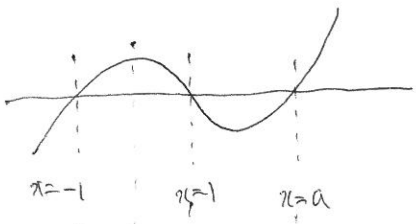
$g(0)=0$. $g'(x)=2x\cdot\int_0^x f(t)\,dt+x^2f(x)-x^2f(x)=2x\cdot\int_0^x f(t)\,dt$, $\therefore g'(0)=0$.

$\lim_{x\to 0+} g'(x)=0(+)\times 0(+)=0(+)>0$

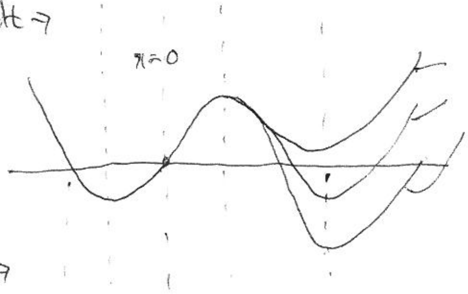
$\lim_{x\to 0-} g'(x)=0(-)\times 0(-)=0(+)>0$

$\rightarrow$ $x=0$ 에서 $g(x)$는 극값을 갖지 않는다.

$f(x)\rightarrow$

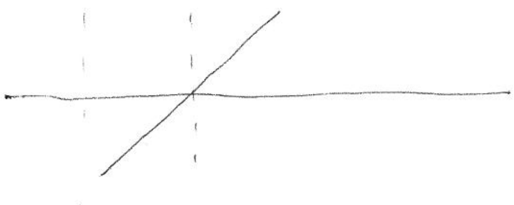


$\int_0^x f(t)\,dt\rightarrow$

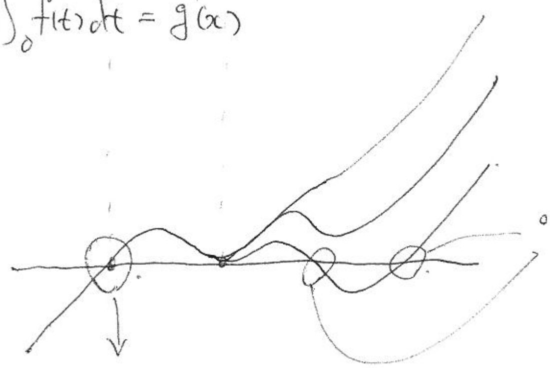


a값의 위치에 따라 결정.

$2x\rightarrow$



$2x\times\int_0^x f(t)\,dt=g'(x)$



이런 부분이 없어야 $g(x)$가 오직 하나의 극값을 갖는다.

$\therefore \int_0^a f(x)\,dx\geq 0$ 이어야 한다.

고정 (극소).

$f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)=(x^2-1)(x-a)=x^3-ax^2-x+a$.

$\therefore \int_0^a f(x)\,dx=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}ax^3-\frac{1}{2}x^2+ax\right]_0^a=\frac{a^4}{4}-\frac{a^4}{3}-\frac{a^2}{2}+a^2=-\frac{a^4}{12}+\frac{a^2}{2}\geq 0$.

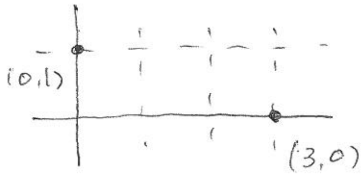
$\therefore a^2-6\leq 0$. $\therefore a=\sqrt{6}$ $(\because a>1)$.

* 2021학년도 대수능 수학 가형 17번

$P_0(0, 0)$. 주사위 눈 (1 or 2) → x축의 양의 방향으로 3.
" (3 or 4 or 5 or 6) → y축의 양의 방향으로 1
이 시행을 15번 반복하여 이동된 점 P와 직선 $3x+4y=0$ 사이의 거리를 확률변수 X.

→ 이 시행을 한 번 했을 때 점 P와 직선 $3x+4y=0$ 사이의 거리를 확률변수 X_1 이라 하면 $X = 15X_1$ 이 된다.

∴ 한 번 시행 후



(0,1) (확률 $\frac{2}{3}$) 와 $3x+4y=0$. $d=\frac{4}{5}$

(3,0) (확률 $\frac{1}{3}$) 과 $3x+4y=0$. $d=\frac{9}{5}$.

X_1	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{5}$	
$P(X_1)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	

$\therefore E(X_1) = \frac{8}{15} + \frac{9}{15} = \frac{17}{15}$.

$\therefore E(X) = E(15X_1) = 15E(X_1) = 17$ //