

# 수학 영역 (가형)

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						-			
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

**솔직히 초성민이 좀 짱이다.**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1.  ${}^6C_3$ 의 값은? [2점]

- ① 16    ② 17    ③ 18    ④ 19    ⑤ 20

2. 함수  $f(x) = e^x - x^2 + 7x$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① 4    ② 6    ③ 8    ④ 10    ⑤ 12

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(1+2x)}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{16}$     ②  $\frac{1}{8}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤ 1

4.  $\tan\theta = 2$ 일 때,  $\cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [3점]

- ①  $\frac{1}{5}$     ②  $\frac{2}{5}$     ③  $\frac{3}{5}$     ④  $\frac{3}{4}$     ⑤  $\frac{4}{5}$

# 2

# 수학 영역(가형)

5. 닫힌 구간  $[-1, 5]$ 에서 함수  $f(x) = \log_2(7-x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

6.  ${}_n\text{H}_2 = 15$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

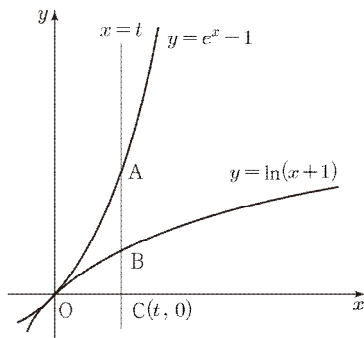
7.  $\int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^3}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

8. 함수  $f(x) = \cos^2 x + \sin x$ 의 최댓값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{4}$     ② 1    ③  $\frac{3}{4}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{1}{4}$

9. 함수  $f(x) = e^x - 1$ 과  $g(x) = \ln(x+1)$ 가 있다. 그림과 같이 좌표평면에서 함수  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 의 그래프가 직선  $x = t$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점  $C(t, 0)$ 에 대하여 삼각형 OAC의 넓이와 삼각형 OBC의 넓이의 합을  $S(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^2}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ①  $\frac{5}{2}$     ② 2    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 1    ⑤  $\frac{1}{2}$

10. 함수  $f(x) = \ln x$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $g(x)$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 를  $h(x) = (f \circ g)(x)$ 라 하자.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{x} = 7$ 일 때,  $g'(0)$ 의 값은? (단,  $g(x) > 0$ 이다.) [3점]

- ① 1    ② 3    ③ 5    ④ 7    ⑤ 9

11.  $x > 0$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \ln\{\ln(x+1)\}$ 의 그래프와  $x$ 축이 만나는 점을 P라 하자. 곡선  $y = f(x)$  위의 점 P에서의 접선의  $y$ 절편은? [3점]

- ①  $\frac{1}{e}-1$       ②  $\frac{2}{e}-1$       ③  $\frac{2}{e}-2$   
 ④  $\frac{3}{e}-2$       ⑤  $\frac{1}{e}$

12. 곡선  $y = \sin\frac{\pi}{2}x$  위의 점 (1, 1)과 원점 O를 지나는 직선을

$l$ 이라 하자. 곡선  $y = \sin\frac{\pi}{2}x$ 와 직선  $l$ 로 둘러싸인 도형의

넓이는? [3점]

- ①  $1 - \frac{2}{\pi}$       ②  $\frac{4}{\pi} - 1$       ③  $2 - \frac{4}{\pi}$   
 ④  $\frac{8}{\pi} - \frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{8}{\pi} - 2$

13. 함수  $f(x) = \log_2(\cos x)$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ )의 역함수  $g(x)$ 에 대하여  $g'(-1)$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{\sqrt{3}}{3}\ln 2$     ②  $-\frac{\sqrt{3}}{2}\ln 2$     ③  $-\ln 2$   
 ④  $-\sqrt{3}\ln 2$     ⑤  $-3\ln 2$

14. 남해안의 해수면의 높이를 관찰하였더니 시간  $t$ 에 해수면의 높이  $d = 6 - 6\cos\frac{5\pi t}{24}$ 이다.  $t=0$ 부터  $t=24$ 까지 해수면의 높이가 3m인  $t$ 의 개수는? (단,  $t$ 의 단위는 시이고, 높이의 단위는 m이다.) [4점]

① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

# 6

## 수학 영역(가형)

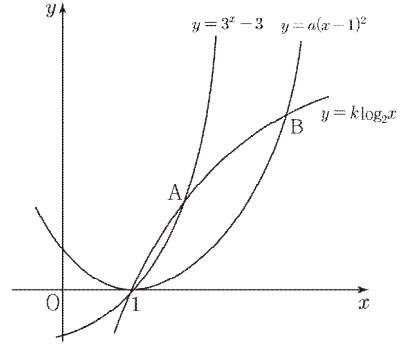
15. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = x^2 + 3x + a$$

를 만족시킬 때, 함수  $f(x)$ 의 그래프 위의 점  $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식은  $y = bx + 1$ 이다.  $a + b$ 의 값은? [4점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

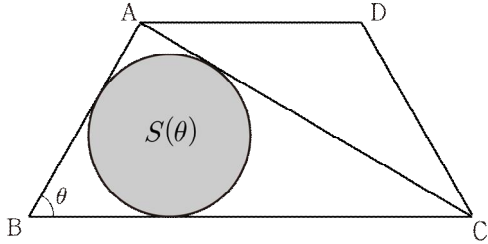
16. 그림과 같이 곡선  $y = 3^x - 3$ ,  $y = a(x-1)^2$ 이  $y = k \log_2 x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 OB의 중점이 A일 때,  $a + k$ 의 값은? (단, 0는 원점이다.) [4점]



- ① 7      ②  $\frac{22}{3}$       ③  $\frac{23}{3}$       ④ 8      ⑤  $\frac{25}{3}$



17. 그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD} = 1$ ,  $\angle ABC = \theta$ 인 등변사다리꼴 ABCD에 대하여 직선 AC가 각 BCD를 이등분한다. 삼각형 ABC에 내접하는 원의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



- ①  $\frac{\pi}{8}$                       ②  $\frac{\pi}{4}$                       ③  $\frac{\pi}{2}$   
 ④  $\pi$                           ⑤  $2\pi$

18. 다음은 서로 다른  $n$ 개의 문자  $a_1, a_2, \dots, a_n$  중에서 중복을 허락하여  $n+2$ 개의 문자를 선택한 후 이 문자들을 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하는 과정이다. (단,  $n$ 은 3 이상의 자연수이고 모든 문자는 한 개 이상씩 선택한다.)

$a_1, a_2, \dots, a_n$  중에서 중복을 허락하여  $n+2$ 개를 선택할 때, 각각의 문자가 선택된 개수를  $b_1, b_2, \dots, b_n$ 이라 하면,  $b_k \geq 1$ 이고  $b_k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ )의 최댓값은  $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(i) 가장 큰  $b_k$ 의 값이 2일 때

$b_k = 2$ 가 되는  $k$ 는 2개이므로 서로 다른 문자  $n$ 개 중에서 2개를 고르는 경우의 수는  ${}_n C_2$ 이다. 같은 것이 각각 2개씩 있을 때  $n+2$ 개의 문자를 일렬로 나열하는 순열의 수는  $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로 (i)의 경우의 수는  ${}_n C_2 \times \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

(ii) 가장 큰  $b_k$ 의 값이  $\boxed{\text{(가)}}$ 일 때

$b_k = \boxed{\text{(가)}}$ 이 되는  $k$ 는 1개이므로 서로 다른 문자  $n$ 개 중에서 1개를 고르는 경우의 수는  ${}_n C_1$ 이다. 같은 것이 3개 있을 때,  $n+2$ 개의 문자를 일렬로 나열하는 순열의 수는  $\boxed{\text{(다)}}$ 이므로 (ii)의 경우의 수는  ${}_n C_1 \times \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 경우의 수는  ${}_n C_2 \times \boxed{\text{(나)}} + {}_n C_1 \times \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ 라 하고 (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$ 이라 할 때,  $\frac{f(p+3)}{g(p+2)}$ 의 값은? [4점]

- ① 8                      ② 10                      ③ 12                      ④ 14                      ⑤ 16

19. 미분가능한 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$2 \int_0^x f(t^2)g'(t)dt = 2x - \sin 2x$$

를 만족시킨다.  $g'(x) > 0$ 일 때,

$$\int_0^{\pi^2} f'(x)g(\sqrt{x})dx$$

의 값은? [4점]

- ①  $-2\pi$     ②  $-\pi$     ③  $0$     ④  $\pi$     ⑤  $2\pi$

20. 함수  $f(x) = \int_0^{x-1} e^{(x-t)^2+t} dt$ 에 대하여 <보기>에서 옳은

것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보기〉

ㄱ. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f'(x) > f(x)$ 이다.

ㄴ.  $\int_0^1 f(t)dt = -\int_0^1 tf'(t)dt$

ㄷ.  $\int_0^1 (t+1)f(t)dt = \frac{1}{2}(1-e)$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 양의 실수  $a$ 에 대하여  $x \geq 1$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \frac{ax}{x^2+1} \text{ 와 } f(x) \text{의 역함수 } g(x) \text{가 다음 조건을 만족시킨다.}$$

두 실수  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ )가  $f'(g(x_1)) \leq f'(g(x_2))$ 를 만족시키도록 하는 범위는  $\alpha < x_1 < x_2 < \beta$ 이다.

$\beta - \alpha = 2 - \sqrt{3}$ 일 때,  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

단답형

22. 8을 두 자연수로 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

23.  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 인 두 실수  $\alpha, \beta$ 에 대하여

$$\sin \alpha = \frac{12}{13}, \cos \beta = \frac{4}{5} \text{ 일 때, } 65 \cos(\alpha - \beta) \text{의 값을 구하시오.}$$

[3점]

24.  $x$ 에 대한 방정식  $(\log_3 x)^2 - 11\log_3 x + 24 = 0$ 의 실근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하시오. (단,  $\alpha < \beta$ 이다.) [3점]

26. 양수  $a$ 와 함수  $f(x) = (x^2 + ax + 2)e^{x+2}$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 의 두 변곡점의  $x$ 좌표의 차가 3일 때,  $a$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 원점을 지나는 곡선  $y = 3^{x-m} + n$ 의 점근선이  $y = -3$ 일 때,  $m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다음 조건을 만족시키는 세 자연수  $x, y, z$ 의 모든 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $x+y+z=15$   
 (나)  $x+y$ 는  $z$ 의 배수이다.

28. 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_0^x (x^2 - t^2) f(t) dt \right\} = a - \cos x$$

일 때,  $a + f(0) = \frac{q}{p}$  이다.  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 집합  $A$ 에서  $A$ 로의 함수  $f$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(k) + f(6-k) = 6$  ( $k = 1, 2, 3$ )  
 (나) 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는 짝수이다.

모든 함수  $f$ 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$ 과 실수  $t$  ( $2 < t < 6$ )에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = t$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $g(t)$ 라 하자.  $g'(a) = 0$ 이도록 하는 실수  $a$  ( $2 < a < 6$ )에 대하여  $a + g''(a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

2020학년도 3월

## CM.Lab 모의고사 가형

펴낸이 : 초성민, 김경호, 김우현, 김한은, 송승형, 최형락,

검토자 : 남영준(아르베수학), 김경로(중앙대학교),  
박성현(서울대학교), 권민주(대치이강),  
서용훈(인재와고수)

본 모의평가에 대한 저작권은 초성민연구소에게 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.